

**A matemática na filosofia de Schopenhauer:  
Intuição *versus* demonstração por meio de um experimento**

**The mathematics in the Schopenhauer's philosophy:  
Intuition *versus* demonstration by means of an experiment**

WILSON ANTONIO FREZZATTI JR.<sup>1</sup>

**Resumo:** Schopenhauer opõe dois modos de se apreender o conhecimento matemático: intuição contra demonstração. Aqui, demonstração é a demonstração geométrica euclidiana a partir de princípios básicos e elementares. Intuição (em alemão, *Anschauung* ou *Intuition*) refere-se exatamente à apreensão imediata da noção *a priori* de espaço, ou seja, à intuição pura *a priori* de espaço. Para o filósofo alemão, esses dois tipos de conhecimento ocorrem por meio de duas faculdades distintas: a Razão (*Vernunft*), produtora dos conceitos utilizados na demonstração, e o Entendimento (*Verstand*), ligado às intuições. Os conceitos são formas transformadas das intuições e, por isso, menos confiáveis. Dessa forma, Schopenhauer propõe que a matemática deve ser aprendida pelo uso da intuição e não das demonstrações euclidianas. Nosso artigo investiga essa concepção schopenhauriana por meio do Teorema de Pitágoras. Apresentamos a proposta de Schopenhauer por meio de um experimento matemático, cujas conclusões serão tiradas pelo próprio leitor.

**Palavras-chave:** Conceito. Demonstração. Euclides. Geometria. Intuição. Schopenhauer.

**Abstract:** Schopenhauer puts in opposition two ways to acquire the mathematical knowledge: the intuition against the demonstration. The demonstration is the Euclidean geometrical demonstration or the synthetic method. The intuition (*Intuition* or *Anschauung*) refers to the immediate knowledge of the *a priori* notion of space, ie the pure and *a priori* intuition of space. For the German philosopher, these two types of knowledge occur through two distinct faculties: the Reason

---

<sup>1</sup> Professor Doutor dos Cursos de Graduação e de Mestrado em Filosofia da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE). Professor Colaborador do Mestrado em Filosofia da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Tutor PET-Filosofia da UNIOESTE (2010-2013). Coordenador do GT-Nietzsche (ANPOF). Membro do Grupo de Estudos Nietzsche (GEN-USP), do Groupe Internationale de Recherche sur Nietzsche (GIRN) e do Grupo de Pesquisa "Filosofia, Ciência e Natureza na Alemanha do século XIX" (UNIOESTE). Endereço eletrônico: wfrezzatti@uol.com.br.

(*Vernunft*), the creator of the concepts used in the demonstration, and the Understanding (*Verstand*), related to intuitions. The concepts are transformed forms of the intuitions and therefore less reliable. Thus, Schopenhauer suggests that mathematics should be learned by the use of the intuition and not by the use of the Euclidean demonstrations. Our paper presents this conception of Schopenhauer through the Pythagoras' theorem. We present the Schopenhauer's proposal through an mathematical experiment, whose conclusions will be drawn from the reader.

**Keywords:** Concept. Demonstration. Euclid. Geometry. Intuition. Schopenhauer.

## Introdução

O filósofo alemão Arthur Schopenhauer, em *O mundo como vontade e como representação (Die Weltals Willeund Vorstellung)*, Primeiro Livro § 15, afirma que o método matemático desde Euclides é estranho e absurdo. Em suas palavras:

Exigimos que toda demonstração lógica se resuma a uma demonstração intuitiva; as matemáticas, pelo contrário, dão-se a um trabalho infinito para destruir a evidência intuitiva, que lhes é própria, e que, aliás, está mais a seu alcance, para lhe substituir uma evidência lógica. É, ou antes deveria ser, aos nossos olhos como se alguém cortasse suas duas pernas para caminhar com as muletas, ou como se o príncipe, no *Triunfo da sensibilidade*<sup>2</sup>, virasse as costas à verdadeira natureza para se extasiar perante um cenário de teatro, que é apenas uma imitação dela (SCHOPENHAUER, 2001, p. 78).

Schopenhauer opõe dois modos de obter o conhecimento matemático: a demonstração lógica euclidiana e a intuição. Faz mais do que isso: não só a intuição é superior, mas a primeira é

---

<sup>2</sup> *Der Triumph der Empfindsamkeit: EinedramatischeGrille (O triunfo do sentimentalismo: uma mania dramática)* é uma peça de seis atos escrita por Goethe provavelmente em 1778. A obra satiriza o exacerbado sentimentalismo da época, especialmente *A nova Heloísa* de Rousseau e seu próprio livro *O sofrimento do jovem Werther*.

um empecilho. Para compreendermos os motivos que levam o filósofo alemão a rejeitar o que durante séculos foi considerado modelo de pensamento reto e certo, tanto para a ciência quanto para a filosofia, devemos ter claro quais as noções envolvidas nessa crítica: intuição, conceito, Razão, Entendimento, etc. Para isso, é necessário apresentarmos os elementos principais da metafísica schopenhauriana. As intuições e os conceitos utilizados nas demonstrações são produzidos por diferentes faculdades do intelecto, o Entendimento e a Razão, respectivamente, as quais estão relacionadas com o mundo de modo também diverso, o que explica a superioridade cognitiva de uma sobre a outra.

Após passarmos pelas principais noções da metafísica schopenhaueriana, mostraremos a diferença entre a intuição e a demonstração geométrica proposta por Schopenhauer através de um exemplo utilizado por ele mesmo: o Teorema de Pitágoras (SCHOPENHAUER, 2001, p. 82). Esse exemplo ocorre apenas por meio de uma figura sem nenhuma explicação. Neste texto, faremos dois movimentos que o próprio filósofo não realizou em *O mundo como vontade e como representação*, mas que, para nós, é essencial para a compreensão da proposta schopenhaueriana. O primeiro movimento é a comparação direta com a demonstração euclidiana. No entanto, devido à complexidade da demonstração do Teorema de Pitágoras (“Nos triângulos retângulos, o quadrado do lado oposto ao ângulo reto é igual aos quadrados dos lados contendo o ângulo reto”, *Elementos*, Livro I, Proposição 47, cf. EUCLIDES, 1952, p. 28-29), lançaremos mão de uma demonstração mais simples: “Dadas duas linhas retas desiguais, cortar da maior uma linha reta igual à menor” (Livro I, Proposição 3, cf. EUCLIDES, 1952, p. 3-4). Esse procedimento é justificado porque nosso interesse não é a demonstração do próprio Teorema de Pitágoras, mas o processo euclidiano e os seus componentes.

O segundo movimento é a explicação de como ocorre a apreensão do teorema por meio da intuição pura *a priori* do espaço. Acreditamos que Schopenhauer não realizou nenhuma explicação de sua figura porque isso implicaria o uso de conceitos, o que inviabilizaria sua própria proposta, ou seja, o conhecimento do teorema de Pitágoras sem o uso de conceitos e, portanto, da Razão. Embora do ponto de vista schopenhauriano possamos comprometer essa intenção de não utilizar conceitos, consideramos que, como

pesquisadores, devemos explicitá-la e deixar a cargo do leitor a decisão sobre a questão: podemos aprender geometria utilizando a intuição conforme a entende Schopenhauer? Trazemos ao leitor uma experiência ou um ensaio (*Versuch*): vivenciar a demonstração geométrica euclidiana por meio de conceitos e definições e a figura schopenhaueriana por meio apenas da noção de espaço. Que o leitor tire suas próprias conclusões.

### **“O mundo é minha representação”: a teoria do conhecimento de Schopenhauer**

*O mundo como vontade e como representação* (1ª edição: 1818; 2ª edição: 1844) é dividido em quatro partes:

Livro I: O mundo como representação – Primeiro ponto de vista: A representação submetida ao princípio da razão suficiente: o objeto da experiência e da ciência;

Livro II: O mundo como vontade – Primeiro ponto de vista: A objetivação da vontade;

Livro III: O mundo como representação - Segundo ponto de vista: A representação considerada independente do princípio da razão. A ideia platônica: o objeto da arte;

Livro IV: O mundo como vontade – Segundo ponto de vista: Chegando a conhecer-se a si mesma, a vontade de viver afirma-se; depois se nega.

De forma resumida, podemos dizer que cada livro corresponde, respectivamente, a uma Teoria do Conhecimento, a uma Filosofia da Natureza, a uma Filosofia da Arte e a uma Moral. Embora apenas a primeira seja de interesse para nosso tema, cada uma delas corresponde a uma diferente perspectiva que visa a um único alvo: a decifração do enigma do mundo. Por que a viver é sofrer? De que forma podemos ultrapassar essa condição? Essa decifração deve ser obtida não pelos conceitos da Razão, mas pela intuição, embora os conceitos devam ser utilizados para a exposição dessa doutrina às outras pessoas através da linguagem. Segundo Barbosa: “A filosofia de Schopenhauer é o resultado de uma ‘intuição’ de mundo, apoiada nas conceituações de Platão e Kant, seguida de exposição

conceitual visando à acessibilidade ao público” (BARBOZA, 1997, p. 6). Nessa definição, temos a diferenciação entre intuição e conceito e, de forma implícita, aquela entre Entendimento e Razão. Antes, porém, de compreendermos essas diferenças, temos que entender a noção de representação.

A primeira frase de *O mundo como vontade e como representação* é “O mundo é minha representação” (“*Die Welt ist meine Vorstellung*”) (SCHOPENHAUER, 2001, p. 9). Schopenhauer, com ela, quer dizer que a realidade do mundo é relativa, que não há nada no mundo como representação que seja algo isolado, absoluto e imutável. Sujeito (aquilo que conhece e é uno na ação de conhecer) e o Objeto (aquilo que é conhecido e é múltiplo) não existem como formas puras e isoladas. Um só existe pelo outro (cf. Schopenhauer, 2001, p. 11-12); assim, o filósofo alemão pode criticar aqueles que, em suas investigações filosóficas, têm o objeto como ponto de partida (os realistas) e aqueles cujo ponto de partida é o sujeito (os idealistas) (SCHOPENHAUER, 2001, p. 20-25). O ponto de partida deve ser a relação entre o Sujeito e o Objeto, e, portanto, a Representação.

As representações são os fenômenos, os quais, por meio de atividades fisiológicas de um cérebro, se têm consciência através de uma imagem mental. A maior diferença que podemos ter entre elas é “a do estado intuitivo e do estado abstrato” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 12), ou seja, podemos dividi-las entre abstrações e intuições. As abstrações são os conceitos, que são exclusivos do homem, pois são produzidos por uma faculdade que apenas essa espécie animal tem: a Razão. As intuições, produzidas pelo Entendimento<sup>3</sup>, são as representações dos dados empíricos (intuições empíricas) e suas condições de possibilidade (as formas puras do Entendimento, *a priori* e inatas – o Princípio de Razão)<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup> O Entendimento é uma faculdade que integra todos os seres vivos que possuem cérebro. Isso significa que todo animal tem certo grau de conhecimento das relações causais do mundo (SCHOPENHAUER, 2001, p. 30-31). No homem, esse grau é o mais complexo. A falta da faculdade do Entendimento chama-se parvoíce ou tolice (*Dummheit*).

<sup>4</sup> Há, em Schopenhauer, outro tipo de intuição: a intuição estética, ou seja, a intuição das Ideias. As Ideias são a primeira revelação ou manifestação (*Offenbarung*) da Vontade universal, são modelos para as representações empíricas. As Ideias estão fora do âmbito do Princípio de Razão e são atingidas apenas pelo gênio artístico através da negação da vontade individual.

A partir do sujeito, abstraindo-se o objeto, temos as formas essenciais dos objetos, as intuições puras do Entendimento: o tempo, o espaço e a causalidade (SCHOPENHAUER, 2001, p. 12) – o Princípio de Razão. Assim, a representação empírica é construída por três formas puras (*a priori* e inatas) do Entendimento: o tempo, o espaço e a causalidade<sup>5</sup>. Qualquer intuição empírica depende do Princípio de Razão; uma pedra, por exemplo, necessariamente, está em um determinado espaço, num determinado tempo e tem relações causais (foi transportada, pode ser deslocada, pode ser quebrada, etc.). O Princípio de Razão, portanto, é a forma *a priori* e inata do Entendimento, resultado de atividade cerebral e prescreve leis à natureza. Tudo que está no mundo como representação, isto é, todo objeto natural está submetido ao Princípio de Razão, pois todos os fenômenos nos aparecem por meio do Entendimento.

Esse é o significado de “O mundo é minha representação”. O mundo é aparência e não a realidade da coisa-em-si. Por isso, o mundo é relativo: devido à causalidade, as coisas só existem em relação às outras. Nos termos schopenhaurianos, o mundo é uma efetividade (*Wirklichkeit*, do alemão *wirken*, agir, produzir) e não uma realidade (*Realität*, do latim *res*, coisa, substância) (SCHOPENHAUER, 2001, p. 15). O mundo é um incessante vir-a-ser, um incessante ser causa e efeito que produz um fluxo contínuo de mudança. Se o Entendimento depende das atividades fisiológicas do cérebro e o homem é finito, o conhecimento propiciado pelo Entendimento é limitado: só podemos conhecer a relação entre os objetos e não os objetos em si<sup>6</sup>. Enfim, o mundo (enquanto representação) é aparência produzida pelas regras do Princípio de Razão, e, portanto, ilusão intelectual (véu de Maya<sup>7</sup>), finitude e multiplicidade.

Não é a faculdade da Razão, a marca distintiva do humano,

---

5 Igualmente a Kant, Entendimento e Razão são faculdades e tempo, espaço e causalidade estão *a priori* na consciência. Temos, no entanto, grandes diferenças quanto ao significado dessas noções e seu funcionamento. Por exemplo, em Schopenhauer, o Entendimento assume as funções da Sensibilidade e do Entendimento kantianos; a única forma *a priori* do Entendimento schopenhaueriano é a causalidade. Todas as outras funções kantianas, para o autor de *O Mundo*, derivam daquela.

6 A causalidade, isto é, a relação entre os objetos é o alvo de todas as ciências. Elas se diferenciam porque os objetos são diferentes.

7 Segundo a religião hindu, Maya é um demônio que impede a visão da verdadeira realidade.

que nos tirará o véu de ilusão. A Razão é responsável pela formação de conceitos que fixam as representações intuitivas, e, nesse procedimento, há degradação do conhecimento intuitivo e não sua ultrapassagem. Os conceitos, as palavras e as ciências são as principais expressões da Razão. Se elas nos trazem algumas vantagens, produzem também desvantagens (SCHOPENHAUER, 2001, p. 44-46). Se a Razão nos possibilita, através dos conceitos e da linguagem, a ciência, a arte, a política, o Estado, a civilização e a memória<sup>8</sup>, ela também é responsável pelos preconceitos, pelo engano, pela hipocrisia, pelos dogmas, pelas superstições e pelo aumento do sofrimento humano<sup>9</sup>, produtos dos erros conceituais e do mau uso dos conceitos e da linguagem.

As noções abstratas e discursivas da razão têm sua origem nas intuições empíricas “tal como se passaria da luz direta do sol para essa mesma luz refletida pela lua” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 43). O conceito de árvore, por exemplo, surge da generalização de inúmeras intuições empíricas de árvores particulares. No conhecimento intuitivo tudo é certo, seguro e claro, embora seja representação e não a coisa-em-si, isto é, embora seja ilusão. A intuição é imediata, direta, íntegra, particular, precisa e basta a si mesma. É com a Razão que o erro e a dúvida aparecem<sup>10</sup>. Uma intuição empírica pode ter um equívoco na relação de causalidade, mas ele é momentâneo e particular. Uma próxima intuição pode estar livre do equívoco. O erro conceitual pode ser mantido indefinidamente

---

<sup>8</sup> A memória é importante para Schopenhauer porque ela produz o aprendizado pelas experiências do passado e a capacidade de previsão do futuro. Essas habilidades aumentam as possibilidades de sobrevivência da espécie humana.

<sup>9</sup> Para Schopenhauer, grande parte do sofrimento humano é causada pela consciência da morte, o que ocorre pela Razão: “O animal apenas tem ideia da morte quando morre; o homem caminha todos os dias para ela com pleno conhecimento, e esta consciência derrama sobre a vida uma tinta de melancólica gravidade, mesmo para aquele que não compreendeu ainda que ela é feita de uma sucessão de aniquilamentos. Esta presciência da morte é o princípio das filosofias e das religiões; contudo, não se poderá dizer se elas alguma vez produziram a coisa mais inestimável na conduta humana, a livre bondade e a nobreza de coração. Os seus frutos mais evidentes são, do ponto de vista filosófico, as concepções mais estranhas e mais arriscadas; do ponto de vista religioso, os ritos mais cruéis e mais monstruosos, nos diferentes cultos” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 45-46).

<sup>10</sup> Schopenhauer é enfático em dizer que é preciso denunciar e extirpar o erro: “Todo erro traz em si uma espécie de veneno. Se é a inteligência e a ciência que fazem do homem o dono da terra, daí resulta que não há erros inofensivos e ainda menos os erros respeitáveis e sagrados. [...] O erro pode agir livremente enquanto a verdade não faz sua aparição e atuar ao abrigo da noite como fazem os mochos e os morcegos” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 44).

pela Razão<sup>11</sup>. Os conceitos são representações de representações (as intuições). Eles não existiriam sem as representações intuitivas, e, por isso, são mediatos, indiretos, degradados, gerais e imprecisos. A transformação da(s) intuição(ões) empírica(s) em conceito ocorre por meio de um processo de generalização, que reduz e simplifica a efetividade<sup>12</sup>. Na passagem entre intuição e conceito, perde-se a multiplicidade e a dinâmica originais do vir-a-ser.

Schopenhauer compara a intuição a um ponto e o conceito a um círculo, a primeira é particular e precisa e o segundo tem uma extensão, o que faz com que ele seja impreciso. O conceito é como um mapa simplificado de uma cidade: foi feito para uma determinada cidade, mas, por acaso, pode servir para outras (SCHOPENHAUER, 2001, p. 50). Utilizando essas analogias, o filósofo alemão analisa a produção de juízos pela lógica. A “área” da extensão de um conceito se intersecciona diretamente ou por meio de um terceiro conceito com um segundo conceito. Realizar essas intersecções é produzir um juízo. Schopenhauer produz uma teoria dos juízos, reduzindo todas as combinações possíveis entre conceitos em cinco casos que são representados por círculos<sup>13</sup> (SCHOPENHAUER, 2001, p. 50-52): 1. Noções conversíveis entre si por necessidade ou por relação entre princípio e consequência: por exemplo, Ruminantes e fissípedes (pés fendidos), representado por um círculo único; 2. A esfera de um conceito encerra totalmente a esfera de outro conceito:

---

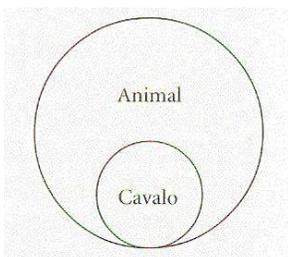
11 Os erros da Razão são aqueles que são passíveis de verdade ou falsidade, são as ligações entre representações, os juízos ou proposições (S é P). As intuições não são verdadeiras nem falsas, elas são particulares e precisas. Tanto a intuição quanto o conceito estabelecem relações, a diferença é que as intuições estabelecem relações entre representações de uma mesma classe (intuições) e os conceitos, também relações entre representações de classes diversas (entre os próprios conceitos e entre os conceitos e as intuições).

12 Esse processo de generalização, segundo Schopenhauer, pode ocorrer tanto a partir de inúmeras intuições quanto a partir de uma só. A propriedade de um conceito ser válido para vários objetos é acidental e não essencial. Para sua justificação, cf. SCHOPENHAUER, 2001, p. 49-50.

13 “Uma das ideias mais engenhosas que se teve foi a de representar, com a ajuda de figuras geométricas, esta extensão dos conceitos. Godefroy Ploucquet teve verdadeiramente a primeira ideia; ele empregava, para este efeito, quadrados; Lambert, que veio depois dele, servia-se ainda de simples linhas sobrepostas; Euler levou o processo à perfeição, fazendo uso de círculos. Não saberia dizer qual é o último fundamento desta analogia tão exata entre as relações de conceitos e as das figuras geométricas. O que é verdade é que há para a lógica uma preciosa vantagem em poder assim representar graficamente as relações dos conceitos entre si, mesmo do ponto de vista da sua possibilidade, isto é, *a priori*” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 50-51).

Todo cavalo é animal (figura 1); 3. Um círculo compreende setores que se excluem (disjunção): um ângulo é reto ou agudo ou obtuso (figura 2); 4. Intersecção parcial entre círculos: Algumas flores são vermelhas (figura 3); 5. Dois círculos estão contidos num terceiro sem se interseccionarem: a água é matéria e a terra é matéria (figura 4). Schopenhauer pretende que esses casos dêem conta também de toda produção de silogismos, bastando, para isso, criar formas compostas das figuras apresentadas<sup>14</sup>.

A lógica, segundo Schopenhauer, não tem, entretanto, utilidade de não ser especulativa, não nos diz nada sobre as coisas em si (SCHOPENHAUER, 2001, p. 54-57). A lógica é uma forma abstrata da ciência ou um sistema de verdades abstratas e gerais ou ainda uma ciência geral dos procedimentos essenciais e necessários da Razão. Portanto, também está sujeita aos erros da Razão. A forma do silogismo é infalível, mas não o seu conteúdo. Além disso, podemos obter deduções rigorosas quando as verdadeiras relações entre os círculos conceituais são seguidas, mas se essas relações forem deturpadas temos

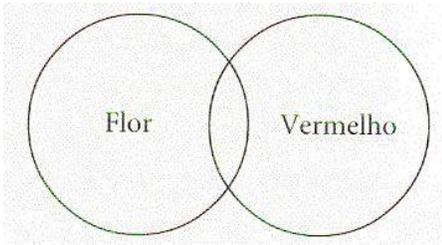


**Figura 1.** Todo cavalo é animal.

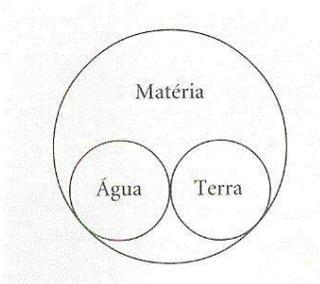


**Figura 2.** Um ângulo é reto ou agudo ou obtuso.

<sup>14</sup> Schopenhauer, em *O mundo como vontade e como representação*, dá exemplo do conceito de viagem (SCHOPENHAUER, 2001, p. 58).



**Figura 3.** Algumas flores são vermelhas.



**Figura 4.** A água é matéria.e  
A terra é matéria.

a sofisticada, a arte da persuasão (quando, por exemplo, estamos diante do caso 4 e fazemos acreditar que é o caso 1). A determinação da extensão (a área) dos conceitos (círculos) é incerta e os círculos se interpenetram de inúmeros modos (SCHOPENHAUER, 2001, p. 78).

### **A necessidade metafísica e a possibilidade do conhecimento puro**

Enfim, todas as representações (os conceitos da Razão e as intuições do Entendimento) são ilusões, pois não nos dão o conhecimento da coisa em si. O conhecimento produzido tanto da Razão quanto do Entendimento é fenomênico. Ele surge como meio de conservação do indivíduo: o conhecimento fenomênico é tão útil como qualquer outro órgão (CACCIOLA, 1994, p. 112-114). O homem, segundo Schopenhauer, tem, no entanto, uma inexorável necessidade de encontrar as causas últimas, a verdade absoluta, ou seja, o homem tem uma necessidade metafísica. A ciência só pode nos dar os nexos causais entre os objetos e não o conhecimento da coisa-em-si; a lógica apenas nos esclarece sobre

os procedimentos racionais mais gerais das ciências; na religião, temos principalmente preconceitos e superstições; a filosofia tradicional tem o mesmo problema da religião. Há possibilidade de termos um conhecimento puro ou da coisa-em-si? O filósofo alemão acredita nessa possibilidade e oferece um caminho.

A filosofia schopenhaueriana tem como alvo investigar o que não está submetido ao Princípio de Razão: o próprio Princípio de Razão e a vontade universal (a coisa-em-si)<sup>15</sup>. Como chegamos à vontade, haja vista as limitações da Razão e do Entendimento? Se o mundo exterior só nos fornece aparências, temos que buscar uma via interna, ou melhor, nosso próprio corpo. O corpo, para Schopenhauer, tem um duplo aspecto: por um lado, é um corpo como outro qualquer, submetido ao Princípio de Razão; por outro, no caso do homem, o corpo assume a forma da motivação. Esse aspecto nos permite, por analogia, chegar à vontade universal: percebemos que nossas ações são movidas por um querer; percebemos que o ato de querer e a ação não perfazem uma relação causal, pois são uma única e mesma coisa; ao abstrairmos essas ideias, sentimos que há uma vontade universal em todas as coisas (homens, animais, vegetais, seres inorgânicos, as forças físicas – magnetismo, eletricidade, gravidade, etc.).

No mundo como vontade, o Princípio de Razão não tem validade. A vontade não pode ser definida, é pura contradição. Ao contrário dos seres finitos que são representações, a vontade é infinita, eterna, atemporal, una (não tem espaço), livre (não tem causalidade). O mundo é, concomitantemente, vontade e representação; consequentemente, a vontade não é causa das representações: as representações são revelações ou manifestações e não efeitos da vontade. O mundo (enquanto representação) é revelação (*Offenbarung*) ou objetivação da vontade; portanto, os seres particulares também são objetivações da vontade e, por isso, formam uma multiplicidade hierárquica. Numa primeira ordem de objetivação, temos as Ideias, que, semelhantes à Ideia platônica, são modelos para os seres particulares e não estão sujeitas ao Princípio de Razão; numa segunda ordem, temos a multiplicidade do mundo

---

15 Neste texto, a presença da vontade se justifica apenas para localizarmos melhor o papel da intuição na teoria de conhecimento schopenhaueriana. Dessa forma, faremos uma exposição muito resumida dessa noção. Grande parte das informações sobre a vontade foi baseada em Barboza, 1997, p. 46-56.

natural (os indivíduos). Todo indivíduo (por exemplo, um homem, uma samambaia, uma pedra ou um *quantum* de força) é uma vontade particular manifestada pela vontade universal. Enquanto vontade particular, o indivíduo é representação<sup>16</sup> e está sujeito ao espaço, tempo e às relações causais.

Nesse panorama, há apenas uma possibilidade para se atingir o conhecimento puro: a negação da vontade particular. Somente alguns homens atingem essa condição que exige o rompimento da rede causal: o gênio artístico que ultrapassa a multiplicidade fenomênica e o santo que, através da compaixão, rompe com sua cadeia causal. Esses rompimentos são apenas momentâneos, pois a persistência desses estados significa o rompimento do princípio de individuação, ou seja, o aniquilamento do indivíduo.

### **A matemática: intuição pura *versus* conceitos**

Sabemos que o Entendimento nós dá um conhecimento imediato da relação causa-efeito entre os objetos, o que, para Schopenhauer, constitui a sagacidade, a prudência e a invenção. Os conceitos produzidos pela Razão tiram sua inteligibilidade da intuição empírica e, em consequência, produzem um conhecimento abstrato, derivado e degradado. O grande valor do conhecimento abstrato, especialmente a ciência, é que ele pode ser comunicado, pois o conhecimento intuitivo ele próprio não pode ser comunicado (SCHOPENHAUER, 2001, p. 63-65). Em algumas atividades, o conhecimento abstrato (a reflexão) pode até atrapalhar: por exemplo, fazemos a barba automaticamente, mas, se pararmos para pensar no que fazemos, podemos nos cortar. A certeza das ciências está ancorada nas intuições e não nas demonstrações lógico-conceituais, especialmente nas intuições puras *a priori*, ou seja, no Princípio de Razão (tempo, espaço e causalidade):

---

<sup>16</sup> Eis o trágico na concepção de mundo schopenhauriana: cada vontade particular tem seu querer próprio que entra em conflito com as outras vontades particulares. Há disputa por posse de matéria entre as representações. Por isso, para Schopenhauer, viver é sofrer: “Existe uma contradição notória em querer viver sem sofrer, contradição que está totalmente envolvida na palavra ‘vida feliz’” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 100). Ao contrário do que a opinião leiga estabeleceu, a filosofia de Schopenhauer tem, entretanto, como um dos seus principais objetivos a superação do pessimismo.

A certeza desta última [a astronomia] provém de que ela tem na sua raiz uma intuição do espaço *a priori*, e por consequência infalível, e, de que as relações no espaço derivam umas das outras com uma necessidade (princípio de ser) que dá certeza *a priori*, e podem deduzir-se com toda a segurança (SCHOPENHAUER, 2001, p. 75).

A noção pura de espaço é a base da Geometria; a de tempo, Aritmética; e a de causalidade, Física. A ciência, portanto, não é inteiramente dedutiva, pois deve remeter suas provas para uma intuição que não é demonstrável. Qualquer um, para o filósofo alemão, que tenha a Razão sã, pode deduzir, provar e concluir, mas abstrair e fixar pela Razão o conhecimento intuitivo em conceitos determinados não é vulgar. Aqueles que o fazem são os verdadeiros criadores de ciência. A dedução silogística está sujeita a inúmeros erros, pois é mediada, enquanto que a intuição é direta. O caminho mais curto, segundo Schopenhauer, é o mais seguro, e, portanto, a evidência direta é preferível à demonstração (SCHOPENHAUER, 2001, p. 78).

Devemos chamar atenção para a defesa que o filósofo alemão faz da intuição. O verdadeiro conhecimento, puro ou da coisa-em-si, é o conhecimento metafísico ligado às intuições sobre a vontade. No âmbito do mundo como representação, no entanto, a intuição *a priori* é infalível. Isso significa que, enquanto os conceitos são superficiais e só podem nos dar o “como?” das coisas, a intuição *a priori* pode nos dar o “porquê?” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 79). É o que ocorre com a geometria euclidiana, “para grande prejuízo da ciência”: Euclides deveria ter mostrado, no caso do Teorema de Pitágoras, como os lados e os ângulos se determinam reciprocamente e como são causa e efeito uns dos outros segundo a noção pura de espaço, mas, por meio do princípio de contradição, mostra algumas proposições lógicas que não abarca todas as relações espaciais:

Somos certamente forçados a reconhecer, em virtude do princípio de contradição, que o que Euclides demonstra; mas nós não aprendemos por que motivo é assim. Além disso, tem-se o mesmo sentimento de mal-estar que se experimenta depois de ter assistido a habilidades de escamoteação, às quais, com efeito, a maior parte das demonstrações de Euclides se

assemelham espantosamente (SCHOPENHAUER, 2001, p. 79).

Por que as monstruosas proposições lógicas fatigantes são preferidas em detrimento da direta intuição pura? Além da já mencionada dificuldade de se proceder apenas com as intuições puras, Schopenhauer aponta um problema já enraizado na filosofia grega antiga: não devemos confiar na intuição porque os sentidos nos enganam e a verdade, por isso, deve se basear no pensamento racional puro e lógico (SCHOPENHAUER, 2001, p. 80-81). Esse preconceito tem sua origem na indistinção entre intuição pura *a priori* e intuição empírica. Esta última pode nos enganar, mas a primeira não, pois é infalível. Kant teria sido o primeiro a perceber essa diferença, ao mostrar que as noções puras de tempo e espaço não dependem da sensibilidade que condiciona os dados empíricos. O Princípio de Razão, portanto, é, no âmbito das representações, certeza absoluta e indemonstrável, já que é o padrão comum de todos os nossos conhecimentos científicos.

A intuição *a priori* é superior à intuição empírica (SCHOPENHAUER, 2001, p. 87-88). Com as intuições empíricas, só podemos chegar à causa a partir dos efeitos (indução). Como não podemos reunir todos os casos do efeito, não podemos, entretanto, garantir a necessidade da relação causa-efeito. No caso da intuição *a priori*, temos o conhecimento da causa e do efeito ao mesmo tempo. Assim, a relação de necessidade entre eles é infalível, pois agora podemos partir da causa para o efeito. O conhecimento dessa necessidade é o motivo da superioridade da matemática, da ciência natural pura e da lógica sobre as ciências empíricas e outras formas de conhecimento: “como conhecimento *a priori*, [essa superioridade] repousa unicamente no fato de que a parte formal dos conhecimentos, sobre a qual se funda toda a aprioridade, é dada de uma só vez, e que, por consequência, é apenas aí que se pode ir da causa ao efeito” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 87).

A mesma argumentação que Schopenhauer faz para a Geometria vale também para a Aritmética (SCHOPENHAUER, 2001, p. 84-85). A intuição do número só existe no tempo e todas as operações aritméticas podem ser reduzidas ao ato de contar. É por intuição pura do tempo que chegamos, por exemplo, a  $\{(7+9) \times 8\} - 2 \} / 3 = 42$ . Para os números maiores de dez, precisamos de

palavras para fixar o conceito abstrato do número que representa a intuição. Mesmo assim, a Aritmética tem algumas características que, segundo o filósofo alemão, fazem com que em suas operações a ação da intuição *a priori* seja mais nítida: o tempo tem apenas uma dimensão (o contar) enquanto que o espaço tem três; a aritmética não precisa de esquemas sensíveis enquanto que, na Geometria, as figuras são necessárias; e não há demonstrações lógicas para as operações aritméticas como no caso da Geometria. De qualquer forma, a Geometria e a Aritmética deveriam se apoiar na intuição pura e não nas demonstrações lógicas: a prova lógica é uma muleta para quem não precisa.

### **A demonstração euclidiana do Teorema de Pitágoras**

O Teorema de Pitágoras é representado algebricamente pela fórmula  $a^2 = b^2 + c^2$ ; na qual “a” é a hipotenusa de um triângulo retângulo, b e c são os catetos. Seu enunciado: no triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Os *Elementos* de Euclides são compostos por treze livros, e, em cada um deles, há axiomas e proposições que são derivadas desses axiomas e de proposições mais simples. No Livro I, os axiomas estão divididos em definições, postulados e noções comuns<sup>17</sup>. A demonstração do Teorema de Pitágoras está na Proposição 47 do Livro I: “Nos triângulos retângulos, o quadrado do lado oposto ao ângulo reto é igual aos quadrados dos lados contendo o ângulo reto” (EUCLIDES, 1952, p. 28-29).

Como dissemos acima, exemplificaremos o procedimento euclidiano com uma proposição mais simples: “Dadas duas linhas retas desiguais, cortar da maior uma linha reta igual à menor” (Livro I, Proposição 3, cf. EUCLIDES, 1952, p. 3-4). A figura 5 mostra a rede conceitual envolvida na demonstração do teorema de Pitágoras e a figura 6, a construção euclidiana do mesmo teorema. A proposição 3 utiliza-se da Proposição 2 (“Colocar em um dado ponto – uma extremidade, por exemplo – uma linha reta igual à linha reta dada”, EUCLIDES, 1952, p. 3)<sup>18</sup> e dos seguintes axiomas:

<sup>17</sup> Apenas o Livro I possui definições, postulados e noções comuns. Os outros doze livros possuem apenas definições.

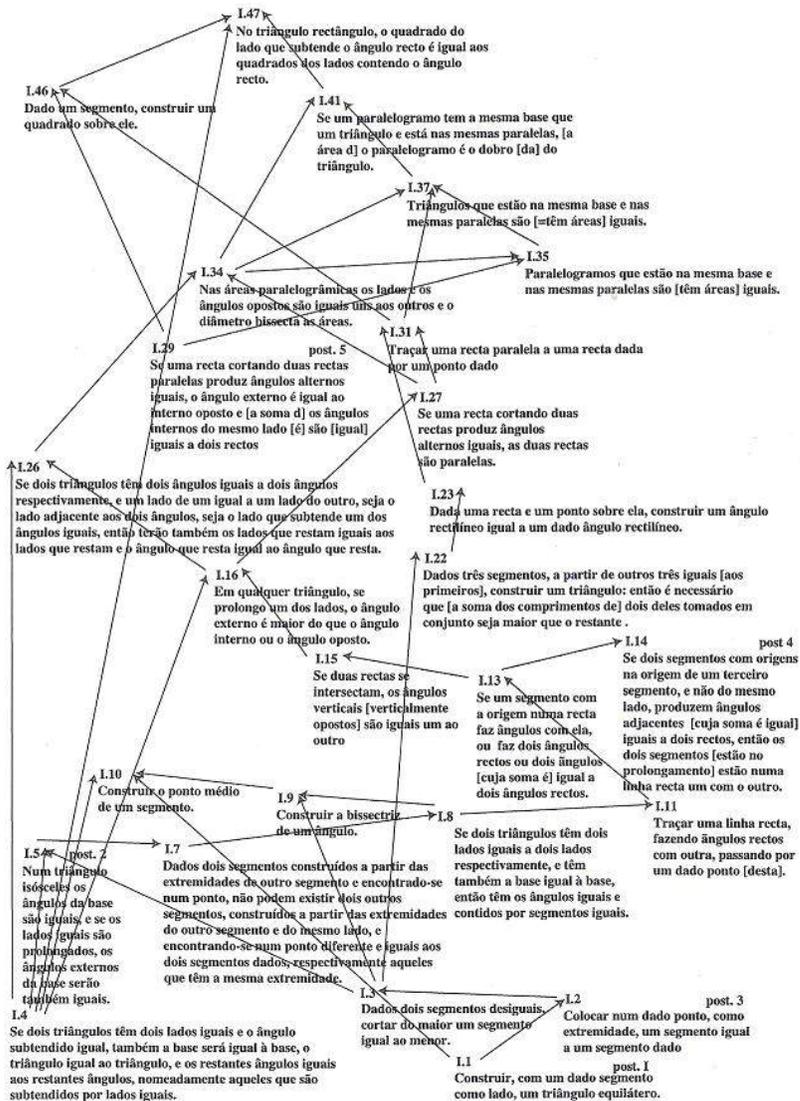
<sup>18</sup> A Proposição 2 utiliza-se dos postulados 1 (Traça-se uma linha reta a partir de dois pontos), 2 (Produz-se uma linha reta finita prolongando-se uma linha

o postulado 3 (Traça-se um círculo a partir de um centro e uma distância), a definição 15 (Um círculo é uma figura plana contida por uma linha tal que todas as linhas retas que a ela conduzem de um ponto existente no interior da figura são iguais) e a noção comum 1 (Coisas que são iguais a uma outra são iguais entre si). A figura 7 mostra a construção de Euclides:

---

reta) e 3, das noções comuns 1 e 3 (Se partes iguais são subtraídas de iguais, os restos são iguais), e da Proposição 1 (“Construir um triângulo equilátero sobre uma dada linha reta finita”). A Proposição 1 necessita dos postulados 1 e 3, da definição 15 e da noção comum 1. (cf. EUCLIDES, 1952, p. 1-3)

# Intuição versus demonstração por meio de um experimento



**Figura 5.** Teorema de Pitágoras nos *Elementos* de Euclides.

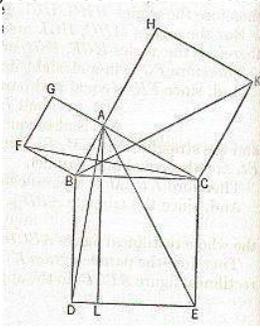
Fonte: <geom-gsp.eduardoveloso.com/02textos\_de\_apoio/T01/02.pitagoras.pdf>.

AB e C são duas linhas retas distintas, e AB é a maior.

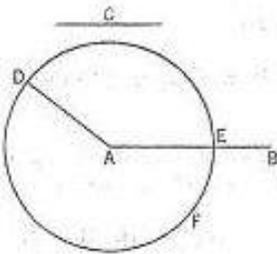
Requere-se cortar de AB, a maior, uma linha reta igual a C, a menor.

No ponto A, trace AD igual à linha reta C; [**Proposição 2**]

E, com centro A e distância AD, trace o círculo DEF. [**Postulado 3**]



**Figura 6.** A construção da Proposição 47.



**Figura 7.** A construção da Proposição 3.

Agora, visto que o ponto A é o centro do círculo DEF, AE é igual a AD. [**Definição 15**]

Mas C também é igual a AD. Portanto, as linhas AE e C são iguais a AD; visto que AE é também igual a C. [**Noção comum 1**]

Portanto, dadas duas linhas retas AB e C, de AB, a maior, cortou-se AE igual a C, a menor.

Era o que se requeria.

### A intuição do Teorema de Pitágoras

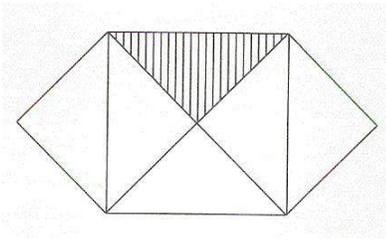
Schopenhauer não explica de nenhuma forma a intuição do Teorema de Pitágoras, o que é coerente com sua proposta, já que qualquer explicação introduziria conceitos. Ele apenas nos

apresenta uma figura (figura 8) e afirma:

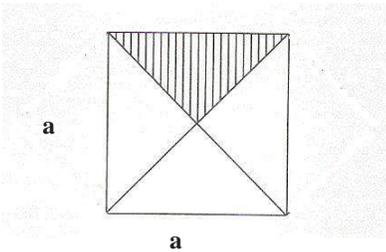
o teorema de Pitágoras ensina-nos uma “qualidade oculta” do triângulo retângulo; a demonstração defeituosa e mesmo capciosa de Euclides abandona-nos ao *porquê*, enquanto que a simples figura, já conhecida, que reproduzimos faz-nos entrar à primeira vista, e bem mais profundamente que a demonstração, no próprio cerne da questão; ela conduz-nos a uma convicção mais íntima dessa propriedade, e da sua ligação com a própria essência do triângulo retângulo: [figura 8]. Mesmo no caso em que os lados do triângulo são desiguais, deve-se chegar a uma demonstração semelhante, e, em geral, no caso de qualquer verdade geométrica possível (SCHOPENHAUER, 2001, p. 82).

Todas as verdades geométricas, segundo Schopenhauer, são intuídas a partir da noção pura de espaço, e a demonstração racional é acrescentada posteriormente. Com a intuição, acessamos diretamente o que é necessário das propriedades geométricas. A necessidade geométrica não vem das noções abstratas (conceitos), mas do conhecimento *a priori* que temos na consciência, isto é, do Princípio de Razão.

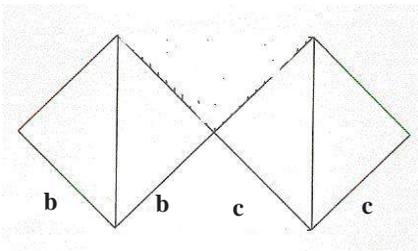
Faremos o que Schopenhauer não fez: tentaremos “explicar” como através da figura e da noção pura de espaço podemos chegar ao Teorema de Pitágoras. No centro da figura, podemos observar uma forma com quatro lados iguais (um quadrado) (figura 9). A forma é o quadrado ( $a \times a$ ) do lado  $a$ . Se unirmos os ângulos internos opostos, dividiremos a forma duas vezes (diagonais), obtendo quatro triângulos iguais. Os ângulos formados pelas diagonais são retos, pois uma diagonal (uma linha reta e, portanto,  $180^\circ$ ) é dividida ao meio pela outra. Tomando por base o triângulo inferior (figura 10), observamos que os quadrados externos são os quadrados dos lados  $b$  e  $c$ . Os seis triângulos da figura 8 são iguais ou congruentes entre si. O quadrado  $a \times a$  tem quatro triângulos e os quadrados  $b \times b$  e  $c \times c$ , dois. Portanto, a área do quadrado  $a \times a$  é igual à



**Figura 8.** A figura apresentada por Schopenhauer.



**Figura 9.**  $a \times a = a^2$



**Figura 10.**  $b \times b = b^2$ ;  $c \times c = c^2$ ;  $b = c$

somados quadrados  $b \times b$  e  $c \times c$ . Com isso, percebemos ou intuimos o Teorema de Pitágoras.

A construção da figura numa folha de papel dobrável permite a constatação dos ângulos retos e da igualdade dos espaços sem a utilização de termos ou conceitos geométricos. Nesse caso, podemos dobrar a folha e sobrepor os quadrados e os triângulos, comparando apenas os comprimentos e as áreas, ou seja, usando apenas a noção *a priori* de espaço. Na demonstração euclidiana, segundo Schopenhauer, apenas os axiomas, que são simples, são intuídos, sendo todo o resto conceitos derivados desses axiomas por meio do princípio de contradição (Razão). Uma relação geométrica intuída é imediatamente certa da mesma forma que uma verdade metafísica: além de dar o “porquê”, não precisa de demonstração lógica (SCHOPENHAUER, 2001, p. 83). A certeza lógica é supérflua.

## Conclusão

A preocupação de Schopenhauer não é apenas metafísica ou epistemológica, mas também visa ao ensino de matemática. Embora mais complexos que os axiomas, os teoremas da geometria também podem ser intuídos (cf. Schopenhauer, 2001, p. 84). O predomínio do método sintético euclidiano repousa em um preconceito: crer que a verdade demonstrada é superior ao conhecimento intuitivo, que o princípio de contradição é superior à intuição pura do espaço. A melhora do processo de aprendizado da matemática passa, para o filósofo alemão, pela rejeição desse preconceito<sup>19</sup>. As escolas, contudo, preferem o conhecimento indireto em detrimento do direto, e o aluno se habitua a aplicar o princípio de contradição, fazendo um esforço de memória para reter inúmeros dados, ou seja, o aluno não usa o Entendimento, que é imediato. Assim, deixa-se de lado o conhecimento necessário (por quê?) das coisas e exacerba-se o conhecimento “histórico” (como?). A evidência matemática (Geometria e Aritmética) deveria se apoiar na intuição *a priori*. O erro que a indução pode acarretar na intuição empírica não ocorre na intuição pura: quando temos o conhecimento da causa não erramos, mas, ao partir do efeito para a causa, pode ocorrer a troca

---

19 “Na Alemanha, já se começa, aqui e ali, a mudar o modo de exposição das ciências matemáticas e a preferir o método analítico. A mais enérgica tentativa neste sentido é a de M. Kosack, professor de matemática e física no colégio de Nordhausen, que, no programa dos exames de 6 de abril de 1852, inseriu um projeto detalhado para o ensino da geometria segundo os meus princípios” (SCHOPENHAUER, 2001, p. 82-83).

de causas ou o uso de “sempre” quando deveríamos usar “quase sempre” ou “até agora”.

Não é nossa intenção fazer nenhuma proposta acerca do ensino de matemática, assunto que foge de nosso âmbito e capacidade. Nosso objetivo era justificar as críticas que Schopenhauer faz ao método euclidiano através de sua teoria do conhecimento: para ele, a intuição pura parece ter o mesmo grau de verdade do conhecimento metafísico, ou seja, o máximo possível. Além disso, quisemos explicar o diagrama do Teorema de Pitágoras considerado intuitivo pelo filósofo alemão e proporcionar ao leitor a experiência de conhecer o teorema através da proposta schopenhaueriana e da demonstração geométrica.

### Referências bibliográficas

BARBOZA, J. *Schopenhauer: a decifração do enigma do mundo*. São Paulo: Moderna, 1997.

CACCIOLA, M. L. M. O. *Schopenhauer e a questão do dogmatismo*. São Paulo: Edusp, 1994.

EUCLID. *The thirteen books of Euclid's Elements*. Translated by T. L. Heath. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952. (Great books of the western world, v. 11).

SCHOPENHAUER, A. *O mundo como vontade e representação*. Tradução de M. F. Sá Correia. Rio de Janeiro: Contraponto, 2001.