

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA EDUCAÇÃO DO CAMPO

Ms. Samuel Francisco Huf  0000-0002-5917-7746

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Dionísio Burak  0000-0002-1345-1113

Universidade Estadual de Ponta Grossa

Dra. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro  0000-0003-3313-1472

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

RESUMO: Este artigo trata da Modelagem Matemática aplicada à Educação do Campo. A Modelagem Matemática é uma atividade diferenciada do ensino tradicional e passível de ser aplicada nas mais diversas situações. Assim, investiga-se as contribuições da modalidade quando aplicada na Educação do Campo. Para tanto é realizado trabalho prático com vinte estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola do Campo no Interior do Paraná, tendo como base a

fundamentação teórica de estudiosos da modalidade. Os resultados evidenciam que a Modelagem Matemática desenvolvida na educação do campo, ao valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes dá sentido a sua realidade e potencializa as aulas de Matemática. Verifica-se, pois, que com a sistematização do conhecimento empírico dos estudantes, avança-se para a aquisição do conhecimento matemático científico, com mais motivação e facilidade.

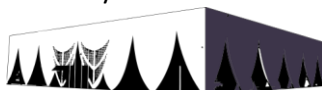
PALAVRAS-CHAVE: Ensino e Aprendizagem; Modelagem Matemática; Educação Matemática.

MATHEMATICAL MODELING IN TEACHING AND LEARNING OFFIELD EDUCATION

ABSTRACT: This article deals with Mathematical Modeling applied to Field Education. Mathematical Modeling is a differentiated approach than traditional teaching and can be applied in the most different situations. Thus, it investigates the inputs of the modeling when applied to field education. For that, in a country school of Parana a practical work is been done with twenty students of 9 th grade of elementary

school based on the theoretical fundaments from mathematical modeling scholars. The results show that Mathematical Modeling developed in field education, by valuing students' previous know ledge their reality makes sense and therefore it strengthens the math classes. Thus, the systematization of empirical knowledge of students move forward on the acquisition of mathematical and scientific background easily and motivated.

KEYWORDS: Teaching and Learning; Mathematical Modeling; Mathematic Education.



1 INTRODUÇÃO

Os resultados das avaliações nacionais e internacionais mostram sérios problemas e evidenciam a fragilidade do sistema educacional brasileiro. Dentre essas avaliações está o Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (PISA), realizado a cada três anos, busca avaliar estudantes de escolas públicas e particulares, urbanas e rurais¹. Do último realizado, em 2015, participaram 72 nações e no *ranking* o Brasil ficou em 66^a colocação em matemática. Diante da constatação, uma forma de reverter o quadro, além de políticas públicas mais consistentes para a educação, cabe ao professor aplicar novos meios para realizar o processo de ensino e favorecer a aprendizagem de Matemática, com o objetivo de superar as lacunas. Nesse contexto, a Modelagem Matemática² na Educação Matemática tem se mostrado uma tendência para o ensino e aprendizagem de matemática que, segundo a concepção assumida “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62). Diante dessa concepção, aborda-se como tema do presente artigo a Modelagem Matemática como potencializadora de um processo de ensino e aprendizagem da Matemática voltado para a vivência do estudante na escola do campo.

O objetivo é analisar as contribuições que atividades de modelagem matemática trazem quando desenvolvidas na Educação do Campo. A investigação foi realizada com vinte estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola do Campo no interior do Paraná. A coleta dos dados se dá pela análise da produção escrita dos estudantes, fotos, gravação em áudio e um diário de campo elaborado pelo pesquisador. O tratamento dos dados ocorre na perspectiva da

¹ Informações com base no site do Ministério da Educação (MEC) disponível em <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/33571> acessado em 19/09/2018.

² Para evitar repetições, usa-se Modelagem para fazer referência à Modelagem Matemática na Educação Matemática. No decorrer do artigo utiliza-se a grafia Modelagem Matemática (em maiúscula) quando está se referindo a concepção e modelagem matemática (em minúscula) para se referir a atividades realizadas em sala de aula.



manipulação mecânica de Bogdan e Biklen (1994), visando responder ao problema da investigação que é identificar as contribuições que atividades de modelagem matemática trazem quando desenvolvidas na Educação do Campo.

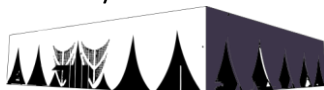
2 SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA E A CONCEPÇÃO ASSUMIDA

Com o declínio do movimento Matemática Moderna, no final da década de 1970, iniciam as discussões que levam ao surgimento do Movimento Educação Matemática, com foco em questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática. Nesse contexto, são considerados “[...] a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos, a língua materna e outros” (KLÜBER; BURAK, 2008, p.1).

Na perspectiva do movimento Educação Matemática, no final da década de 1970 e início de 1980, emerge no Brasil, a Modelagem Matemática, sendo idealizadores Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani que contribuíram e impulsionaram a sua consolidação, ganhando adeptos em todo o Brasil (BIEMBENGUT, 2009).

No Brasil, são vários os autores que desenvolvem estudos e pesquisas com foco na Modelagem Matemática, dentre eles, Almeida e Brito (2005), Almeida e Vertuan (2010), Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Biembengut (2009), Caldeira (2009) e Burak (1992, 1998, 2004). Cada autor concebe a Modelagem Matemática sob seu ponto de vista, no entanto, todos esperam que, se trabalhada em sala de aula, resulte em melhor aproveitamento por parte dos estudantes quando comparada com o ensino na forma tradicional, em que o professor é o detentor do conhecimento, não dando oportunidade para que os estudantes compartilhem os conhecimentos prévios.

A concepção de Modelagem assumida é a proposta por Burak (1998) porque o autor prioriza a Educação Básica com articulação entre Matemática e Educação. Ele tem conhecimento de sala de aula na Educação Básica e trabalha,



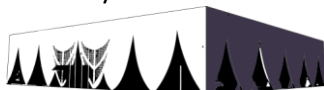
há mais de 40 anos na área da Educação. Sua concepção funda-se na perspectiva da Educação Matemática, na postura da epistemologia do conhecimento complexo de Morin (2007) e no paradigma Emergente de Boaventura de Sousa Santos (2006). Encontra-se afinidade com esta noção e com as etapas propostas para a realização de uma atividade segundo esta metodologia, em que são sugeridas cinco etapas norteadoras e se dá a partir de temas de interesse dos estudantes, o que lhe proporciona características inter e transdisciplinar (BURAK, 1998).

1ª etapa: escolha do tema, etapa em que os estudantes, e até mesmo o professor, que se torna um mediador do conhecimento, opinam a respeito de assuntos variados para eleger o tópico de interesse comum. Frisa-se que a escolha final cabe sempre aos estudantes.

2ª etapa: pesquisa exploratória. Definido o tema, os estudantes são orientados a consultar e colher informações sobre suas indagações e curiosidades a respeito da matéria. O estudo pode ser realizado por meio de buscas na *internet* e até pesquisas de campo. O importante é a liberdade dos estudantes na coleta de informações.

3ª etapa: levantamento dos problemas. Com a mediação do professor, que não se ausenta do processo, os estudantes, de posse dos dados da pesquisa realizada, são orientados a conjecturar a respeito da Matemática e outras áreas do conhecimento e a formular problemas. Nessa etapa, ainda não há preocupação quanto aos conteúdos matemáticos, pois, aparecem, de forma espontânea, na etapa da resolução.

4ª etapa: resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Essa é a etapa em que os estudantes, juntamente com o professor, buscam o auxílio dos conteúdos matemáticos para resolver os problemas. É o momento em que os conteúdos ganham sentido, pois, são estudados em um contexto com significado, para os estudantes. Outros aspectos positivos nessa etapa são apresentados por Burak (2017) que pondera que, diferentemente da forma usualmente encontrada em problemas prontos na



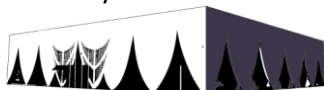
maioria dos livros textos, os conteúdos tratados oportunizam novos contornos e sentidos. São elencadas, pelo autor, algumas contribuições:

[...] 1) elabora os problemas a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade na medida em que incentiva o estudante a criar distintas estratégias de pensamento, na solução; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão e 7) mais abrangentes, os problemas geram vários subproblemas (BURAK, 2017, p. 20).

5ª etapa: análise crítica das soluções. Etapa marcada pela criticidade em relação à adequação e a viabilidade da solução encontrada, pois, muitas vezes, um problema é resolvido matematicamente, mas, quando analisado na prática, é inviável. Conforme Klüber e Burak (2008) essa etapa pode “[...] ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam” (p. 22).

Para Burak (2017) essa etapa oportuniza ao professor “[...] mostrar e comentar as soluções empíricas e as mais formais, pois, muitas vezes, nessa fase de escolaridade se parte do empírico para o formal” (p. 22). Ainda para o autor, a análise crítica é mais uma oportunidade dos estudantes se envolverem e participarem das discussões, permitindo-lhes refazer o processo de pensamento sobre uma determinada situação, o que favorece e promove, para cada estudante e ao grupo, a autoavaliação.

Por meio da Modelagem Matemática é possível aprender a Matemática de uma forma agradável, com base em situações do cotidiano, vivenciadas pelos estudantes. O desenvolvimento de atividades nessa perspectiva vem ao encontro do que é apresentado nos parâmetros curriculares para a educação do campo no estado do Paraná, quando afirma que “Os sujeitos do campo têm direito a uma educação pensada, desde o seu lugar e com a sua participação, vinculada a sua cultura e as suas necessidades humanas e sociais” (PARANÁ, 2006, p. 9).



3 TRABALHOS DESENVOLVIDOS COM MODELAGEM ATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DO CAMPO

Em pesquisas na literatura, em teses e dissertações pouco se encontra de trabalhos que tratam da Modelagem Matemática na Educação do Campo. Das investigações destacam-se o trabalho de Feyh (2013) intitulado *Modelagem Matemática na Educação do Campo*. A concepção de Modelagem adotada pela autora é a de Biembengut (2013), na qual o tema e os problemas são apresentados, aos estudantes, pela pesquisadora. Feyh (2013) se propõe investigar a questão “Como a Modelagem Matemática pode contribuir na construção do conhecimento relacionando os saberes matemáticos e a cultura local dos alunos do Campo?” (p. 33). Os temas trazidos pela pesquisadora são a abordagem sobre a vida das abelhas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio e a proposta sobre cubagem da madeira: quantos metros cúbicos tem uma tora?, desenvolvido com duas turmas, 2º e 3º anos do Ensino Médio. Como resultado, Feyh (2013) pondera que a Modelagem Matemática na Educação do Campo desperta nos estudantes a motivação para aprender a partir da sua realidade e que a Modelagem dá sentido aos conteúdos matemáticos estudados com conexões entre os saberes matemáticos e a cultura local.

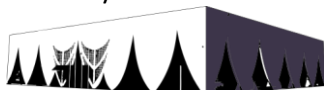
Outro trabalho encontrado é o de Dufeck (2017) intitulado *Uma aplicação da Modelagem Matemática na Educação do Campo*. A autora investiga as vantagens e desvantagens da utilização da Modelagem Matemática para desenvolver conceitos matemáticos e a possibilidade de realizar esse tipo de trabalho com diferentes turmas. O referencial teórico sobre Modelagem mais utilizado foi Biembengut e Hein (2005) embora não se identifique, de forma clara, nas descrições das atividades, os encaminhamentos para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem na perspectiva desses autores. O tema geral proteção de fontes de água é proposta da autora e desenvolvido em três turmas, um 7º ano e dois 8º anos. Como resultado a autora argumenta que para atender às diferenças entre as turmas é necessário que o professor tenha disponibilidade



para fazer adaptações no currículo, conforme apareçam dificuldades. Ela destaca que a Modelagem Matemática, no trabalho realizado, é uma importante ferramenta para a construção do conhecimento científico a partir do cotidiano e que desperta maior interesse, participação e melhor desempenho dos estudantes.

O artigo de autoria de Alves e Rodrigues (2015) com título *Saberes e práticas mediados pela Modelagem Matemática no campo: percepções no contexto da pesca*, a questão da investigação é “[...] saber quais as relações que os filhos dos pescadores fazem dos saberes matemáticos percebidos no cotidiano e modelados em sala de aula” (p. 2). O objetivo geral é “[...] proporcionar aos alunos a percepção das diversas relações existentes entre a prática da construção da rede de pesca com os recursos didáticos de Modelagem Matemática dentro do seu contexto cultural e social de uma classe multisseriada.” (p. 2). A concepção de Modelagem adotada pelos autores é a proposta por Biembengut e Hein (2005). Como resultado Alves e Rodrigues (2015,) apontam “[...] que todo e qualquer lugar onde os alunos estabeleçam relações, interpessoais ou com a natureza, permite também criar laços de aprendizagem”, e defendido pelos autores que “[...] a Matemática cabe no cesto do pescador e se emaranha na rede de pesca, juntando-se ao conhecimento que o aluno já possui.” (p. 9-10) que é uma característica própria da Modelagem Matemática.

No repositório de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e em artigos publicados, não são encontrados trabalhos de Modelagem Matemática desenvolvidos em Escolas do Campo que seguem a concepção de Modelagem proposta por Burak (1998). Reitera-se que essa é a concepção que se adotou para a realização de atividades junto aos estudantes. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática oferece mais liberdade para o professor, juntamente com os estudantes da Educação Básica nas Escolas do Campo a desenvolverem atividades dessa natureza. Nesse sentido, Burak (2017) evidencia não ter preocupação centrada na formalização do modelo matemático final e considera a evolução dos estudantes durante toda a realização da atividade, conforme o autor



“[...] neste período da formação das crianças há que ensiná-las a construir conceitos mais do que se apropriar de fórmulas e realizar matematizações que pelo nível de abstração exigido, não lhes são significativas” (BURAK, 2017, p. 20). Isso se deve, como já mencionado, por ser uma concepção fundada na perspectiva da Educação Matemática, na postura da epistemologia do conhecimento complexo e das Ciências Sociais e Humanas. Segundo o autor,

Isto não significa que não se possa construir modelos simples quando, em dada situação, houver necessidade de trazer novos elementos para o contexto em estudo. Há que considerar o ferramental matemático construído pelo estudante nessa fase da escolarização. Um modelo simples, que reproduza as características do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar, é suficiente para esclarecer melhor uma determinada situação (BURAK, 2017, p. 21).

Na sequência, após a metodologia, apresenta-se uma breve descrição de uma atividade realizada em escola do campo.

4 METODOLOGIA

Para alcançar o objetivo proposto realizou-se a investigação com vinte estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola do Campo no interior do Paraná, município de Cantagalo. A escola foi fundada em 1993 para atender filhos de assentados. Atualmente, continua atendendo estudantes de assentamentos, de pequenas propriedades rurais e filhos de trabalhadores rurais assalariados. Muitos deles por participarem das atividades do campo junto à família em época de plantio e de safra acabam sendo muito faltosos na escola, sendo essas faltas compensadas por meio de atividades domiciliares disponibilizadas pelos professores. Muitos dos pais dos estudantes são analfabetos, outros frequentaram as Séries Iniciais, são raros os que possuem Ensino Fundamental ou Médio. Entretanto, vêem nos filhos uma possibilidade de por meio dos estudos alcançarem tempos melhores.



A pesquisa seguiu a abordagem qualitativa interpretativa, que segundo Bogdan e Biklen (1994) é desenvolvida em ambiente natural e no caso, durante as aulas de Matemática. As aulas foram fonte direta para a coleta dos dados por meio de fotos, materiais produzidos pelos estudantes, gravações em áudio e um diário de campo.

A atividade foi desenvolvida no primeiro semestre de 2016, em duas horas/aulas semanais, durante doze semanas. O encaminhamento para a realização da atividade de modelagem matemática seguiu as etapas propostas por Burak (1998).

Para o tratamento dos dados utilizou-se os pressupostos da manipulação mecânica, que é compreendida por Bogdan e Biklen (1994), pela maneira de organizar os materiais em pastas ou arquivos no computador de modo a facilitar a leitura e a recuperação dos dados “[...] à medida que se apercebe do seu potencial de informação e do que pretende escrever” (p.232).

Para a realização da investigação contou-se com a aprovação do Comitê de Ética em pesquisa com seres humanos da Universidade Estadual do Centro-Oeste. O número do parecer é 1.173.205.

5 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA JUNTO A ESTUDANTES DO CAMPO

Quando apresentada a metodologia da Modelagem Matemática, os estudantes manifestaram-se empolgados e motivados diante da possibilidade de escolher o que lhes interessava estudar. Por meio de apontamentos e debates, o tema escolhido, que gerou maior interesse foi pomar na escola. Este tema foi defendido porque o colégio tem um espaço que não era utilizado. Ao comunicar à direção do colégio os estudantes tiveram total apoio no objetivo de plantar um pomar na escola.

Definido o tema, os alunos foram divididos em grupos com três e quatro integrantes, com o objetivo de pesquisar a respeito do tema, para que na aula



seguinte cada grupo compartilhasse o resultado com os demais. As consultas iniciais foram guiadas, a partir de discussões dos próprios estudantes, com o objetivo de encontrar o melhor local para o plantio do pomar e a definição dos procedimentos para o plantio.

Na escolha do melhor espaço para o plantio, surgiu a necessidade de realizar algumas medições. Nesse contexto, as discussões foram em torno dos instrumentos de medições e o mais apropriado para a situação, destacado pelos estudantes a régua, metro, trenas de 2, 3, 5, 10, 30, 50 e 100 metros, corda e GPS. Desses, os estudantes optaram por utilizar a fita métrica de 50 metros e a corda, instrumentos que trouxeram para a sala de aula. Ao realizarem as medições, alguns estudantes, por nunca terem utilizado uma fita métrica, apresentaram dificuldades, mas, nas interações, compreenderam na prática, como tirar medidas (Fig. 1).

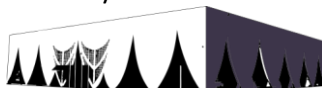
Figura 1. Estudantes realizando medições para o plantio do pomar.



Fonte: Arquivo do autor.

Em prosseguimento, os estudantes perquiriram os procedimentos relativos ao plantio e adubação, por meio de interações e trocas de experiências vividas esclareceram dúvidas de como realizar o plantio e como cultivar mudas frutíferas.

Para a aquisição das mudas foi cogitada a possibilidade de realizar uma rifa. Ao levar em conhecimento da direção do colégio, ela se prontificou em adquirir as mudas, juntamente com o quadro de funcionários, por meio de doação.



Com base nas pesquisas, os problemas matemáticos foram elaborados em conjunto com toda a classe.

1º problema: como fazer o desenho da parte dos fundos do colégio, que compreende a área para o plantio do pomar, mantendo a proporção (na escala)?

Para responder a este problema os estudantes, de forma interativa, por meio de discussões na sala de aula, com a mediação do professor e pesquisas em mapas disponíveis na biblioteca, compreenderam o conteúdo de escala. Na sequência ganha sentido os conteúdos de transformações de medidas, arredondamento de números decimais e posição de um número decimal na reta numérica. Ainda, para conseguir representar a planta do terreno (Fig. 2a), os estudantes tentaram, por aproximação, fechar as medidas encontradas em um polígono que representasse a planta do terreno. Durante a interação partiu deles a iniciativa de montar o polígono com canudos (Fig. 2b), porém, encontraram muita dificuldade em obter êxito, pois os canudos se sobrepunham deixando difícil a obtenção do polígono pretendido. Na construção do polígono os estudantes foram, também, questionados a respeito do nome e da soma dos ângulos internos. Ainda, por meio de interações, foi possível deduzir a fórmula da soma dos ângulos internos para qualquer polígono (Fig. 2c).

Figura 2. Planta do terreno (a); construção com canudos (b) dedução da expressão para soma dos ângulos internos (c).



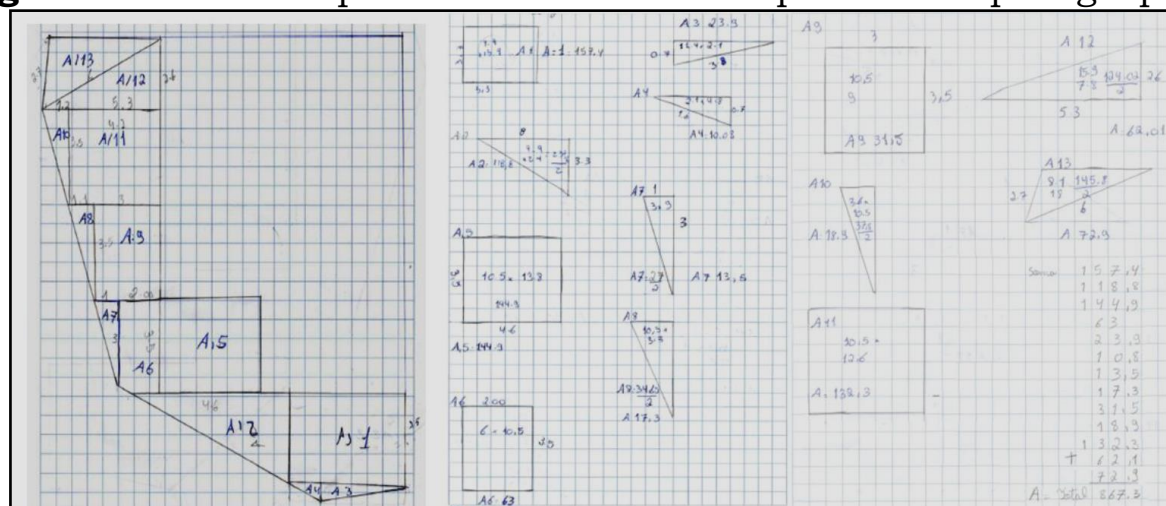
Fonte: Material dos estudantes e acervo do autor – 2016.



2º problema: Quantos metros quadrados estão disponíveis para plantar o pomar? Quanto esse espaço corresponde em litros?

Após a representação das medidas constante na figura 2a, como os estudantes sabiam apenas calcular áreas de triângulos e retângulos, por exaustão, calcularam a área aproximada do espaço destinado ao plantio do pomar. Todos os grupos realizaram os cálculos de forma análoga, porém acharam resultados diferentes, o que mais se aproximou foi 867,3 m² (Fig. 3) resultado obtido pelo Grupo 2. Os demais grupos cometeram equívoco ao utilizarem a altura dos triângulos nos casos que não eram retângulos. Foi necessária a mediação do professor para recordarem como determinar a altura, nesses casos.

Figura 3. Resultado para o cálculo da área apresentado pelo grupo 2.

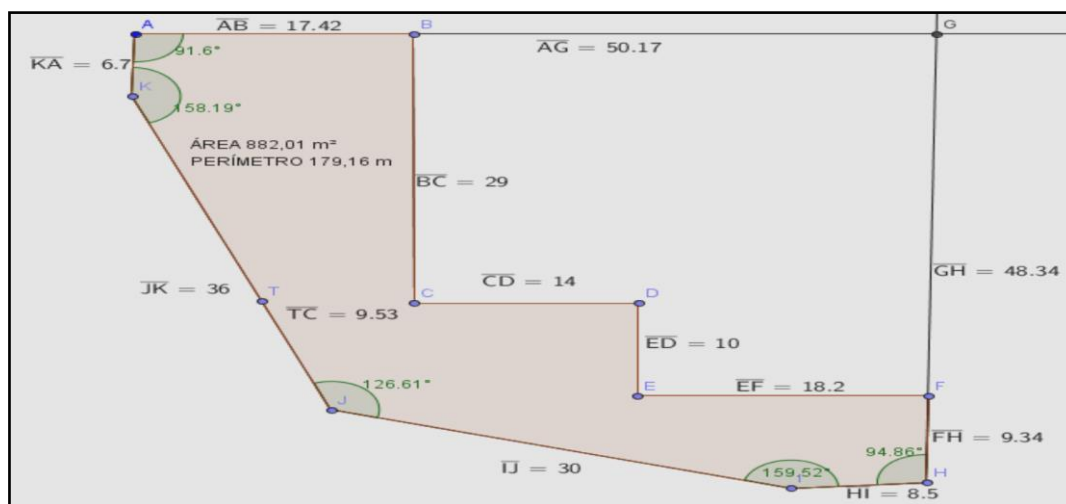


Fonte: Material dos estudantes – 2016.

Para finalizar coube ao professor mostrar a construção do polígono no GeoGebra, e os estudantes puderam visualizar a área total, o perímetro e os ângulos internos obtidos, conforme figura a seguir. Não foi possível os próprios estudantes construírem no GeoGebra, pois, o colégio não tinha computadores funcionando para os estudantes.



Figura 4. Construção da planta com o GeoGebra.



Fonte: O autor – 2016.

Após a determinação da área em metros quadrados $882,01 \text{ m}^2$, por meio do GeoGebra, ela foi transformada em litros de terra. Com o conhecimento que os estudantes tinham de medidas agrárias e de interações entre eles, efetuaram a divisão da área do pomar $822,01 \text{ m}^2$, pela área de um litro 605 m^2 , obtiveram 1,358694 litros, aproximadamente 1,36 litros.

Também fez parte das discussões outras medidas de terra como a quarta (10 litros) e o alqueire (40 litros) e ainda, as variações das medidas do alqueire conforme a região do Brasil. Utilizado no Paraná, e de conhecimento dos estudantes, o alqueire Paulista 24.200 m^2 . Outras variações: alqueire do Norte com 27.225 m^2 , o alqueire mineiro com 48.400 m^2 e o alqueire baiano com 96.800 m^2 . Devido a estas variações é utilizada como medida comum em todo o Brasil o hectare 10.000 m^2 .

3º problema: considerando que dois estudantes fizeram 15 buracos em 2 horas e meia, quanto tempo um estudante, trabalhando sozinho e mantendo o mesmo ritmo de trabalho, leva para fazer 50 buracos?

A resolução deste problema foi apresentada de duas maneiras:

Pelo grupo G4: “Se dois estudantes fazem 15 buracos em duas horas e meia, um estudante fará 15 buracos em cinco horas, e assim, fará 30 buracos em



dez horas, 45 buracos em quinze horas. Se o estudante faz 15 buracos em cinco horas, então ele faz 3 buracos por hora, assim fará 48 buracos em dezesseis horas. Como ele faz 3 buracos por hora, gasta vinte minutos para cada buraco. Portanto, para fazer 50 buracos um estudante gastará dezesseis horas e quarenta minutos.” (Fig. 5).

Figura 5. Resolução do grupo G4.

ALUNO	
- 15 buracos	- 5 h
- 30 "	- 10 h
- 45 "	- 15 h
- 48 "	- 16 h
- 50 "	- 16h 40 min

Para fazer os 50 buracos
o aluno gastará 16h 40min

Fonte: Estudantes – 2016.

Já os grupos G2 e G3, até encontrar que 48 buracos são cavados em dezesseis horas seguiram o mesmo raciocínio do grupo G4, apresentando um diferencial em relação à finalização do problema, quando utilizaram a regra de três simples e encontraram quanto tempo um estudante necessita para fazer 2 buracos, sendo 40 minutos (Fig. 6). Finalizam o problema determinando que o tempo é de dezesseis horas e 40 minutos. O grupo G1 apenas seguiu a raciocínio apresentado por G2 e G3.

Figura 6. Cálculos apresentados pelo grupo G2 para determinar o tempo necessário para um estudante fazer 2 buracos.



The image shows a student's handwritten work on a grid background. On the left, there is a table with two columns and two rows. The first row contains '60' and '3', and the second row contains 'x' and '2'. A large 'X' is drawn over the table. To the right of the table, the student has written the equation $60 \cdot 2 = 3 \cdot x$, followed by $120 = 3 \cdot x$. Below this, the number '120' is written and underlined, with '3' written below it. To the right of this calculation, the student has written $x = 40$, which is also underlined.

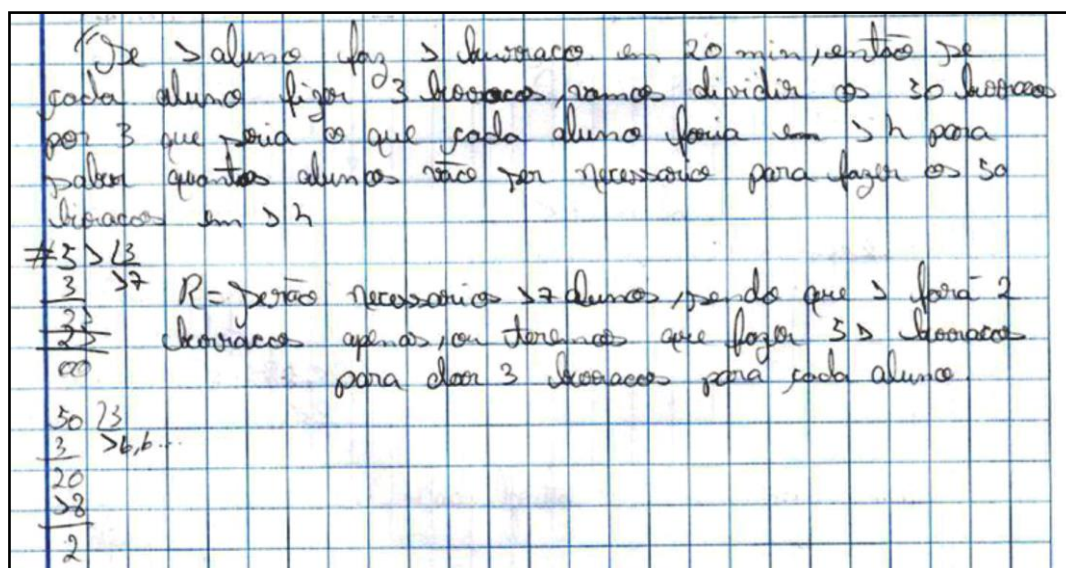
Fonte: Estudantes – 2016.

Do contexto do problema anterior emergiu o problema 4: e pretendendo fazer 50 buracos em uma hora, trabalhando no mesmo ritmo, quantos estudantes seriam necessários?

Resolução apresentada pelo grupo G4 e aceita pelos demais: “Se para fazer cada buraco um estudante gasta 20 minutos, então um estudante faz três buracos em uma hora. Assim dividimos 50 por 3 e encontramos quantos estudantes serão necessários para fazer os 50 buracos em uma hora ($50 / 3 = 16,66\dots$)”. Já fazendo uma análise crítica da solução: “A resposta correta é 17 estudantes, pois como se trata de grandeza discreta, número de pessoas que somente pode ser 1,2,3,4,..., 16 não dariam conta, então precisaria de 17 estudantes para cavar os 50 buracos em 1 hora.” (Fig. 7).



Figura 7. Resolução do problema 4 realizada pelo Grupo 4.



Fonte: Estudantes – 2016.

A análise crítica de todas as soluções foi realizada de forma concomitante durante a resolução dos problemas, por meio de interações entre os grupos e com a mediação do professor.

No contexto dos problemas 3 e 4, coube ao professor, com a participação e diálogo dos estudantes, sistematizar o conhecimento dos estudantes e apresentar o conteúdo de regra de três composta. A partir das grandezas, quantidade de estudantes, tempo necessário para fazer os buracos e quantidade de buracos foi possível explorar as relações de diretamente e inversamente proporcional³ conforme figura a seguir.

³ Maiores esclarecimentos em XXX (ano), XXXXXX, disponível em < XXXX >



Figura 8. Resolução por regra de três composta.

Quantidade de estudantes	Tempo (minutos)	Quantidade Buracos
2	150	15
1	x	50

Grandezas inversamente proporcionais Grandezas diretamente proporcionais

Fonte: O autor – 2016.

Na figura a seguir pode ser visualizado o momento em que os estudantes organizavam-se para o plantio das mudas frutíferas.

Figura 9. Plantio das mudas frutíferas.



Fonte: Arquivo do autor.

6 DISCUSSÕES E REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA VIVIDA

Essas discussões, para apresentar pontos evidenciados em atividades de modelagem matemática desenvolvidas na Educação do Campo, são organizadas a partir de três linhas que se constituem importantes para a análise: em relação aos estudantes e aos conhecimentos compartilhados e adquiridos para atuação



no campo, em relação aos conteúdos de matemática e em relação à atuação do professor em sala de aula.

Para os estudantes, as aulas de matemática, mediadas pela metodologia da Modelagem Matemática na escola do campo, tornam-se mais interessantes e atrativas, quando comparada a aulas de forma tradicional. Muitos afirmam não gostar da Matemática, mas que com Modelagem Matemática identificam-se mais com esta área do conhecimento, por ver a utilização no contexto da vida do campo e se sentirem participantes das tomadas de decisões como autores do processo de aprendizagem desde a escolha do tema. Como pode ser verificado em alguns depoimentos:

E8: “[...] por que não trabalhamos em outra coisa que ainda não temos no colégio, eu estava aqui pensando, vamos fazer um pomar, pensem!!! Nós termos frutas produzidas no colégio.”

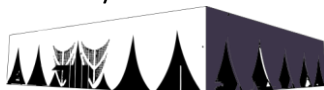
E7: “Achei bom trabalhar com modelagem, porque estudamos o que podemos aplicar em nossa propriedade. Foi mais fácil estudar e aprender com essa forma diferenciada”.

E8, “Eu achei muito bom este trabalho de modelagem. Achei que deste modo é muito melhor de aprender matemática e muito mais fácil. Gostei muito e espero que ano que vem tenha mais trabalhos assim.”

E14: “O trabalho com modelagem é bem melhor porque não é enjoativo [...]. e a turma se empenha mais para estudar.”

Quando os estudantes percebem que seu ponto de vista é considerado e que são ouvidos, até os tímidos contribuem nos diálogos. É um diferencial da Modelagem, pois, nas aulas em que predomina a forma tradicional de ensinar matemática dificilmente colaboram, porque esperam que o professor esclareça todas as indagações e determine o que executar.

A percepção do estudante E14 que a turma se empenhou mais, evidencia que quando os estudantes trabalham a partir do seu interesse eles são mais motivados para desenvolver as atividades. Ressalta a importância do primeiro princípio proposto por Burak (1992) para o desenvolvimento de uma atividade de



modelagem matemática, que é o de considerar como ponto de partida o interesse dos participantes.

Nesse contexto, sair do ambiente rotineiro de sala de aula para uma pesquisa na biblioteca, na *internet* ou até mesmo no material trazido de casa faz com que os estudantes interajam nos grupos e entre os grupos, comparando e compartilhando o material encontrado por cada um, o que se sustenta no segundo princípio proposto por Burak (1992): “[...] os dados, sempre que possível, devem ser coletados onde se dá o interesse dos participantes.”

Essas considerações, quanto ao envolvimento dos estudantes na atividade de modelagem desenvolvida, propiciam comparar com o que é apresentado por Burak.

As aulas são dinâmicas, pois os estudantes em pequenos grupos participam integralmente, com a mediação do professor, de todas as etapas do processo de implantação e execução de uma atividade. Desde a escolha do tema, à participação efetiva na pesquisa de coleta dos dados relativos ao assunto, no levantamento das questões proveniente dos dados, na resolução dos problemas apontados e nas discussões que se sucedem, há pleno envolvimento dos estudantes (BURAK, 2017, p.23).

No início do trabalho em grupos os estudantes mostraram dificuldade, pois estavam habituados a apenas copiar de quem conseguia fazer primeiro. No decorrer da atividade percebem que o conhecimento resulta da interação e dificilmente é apenas um aluno que se destaca, pois todos trabalham, em conjunto, no mesmo objetivo.

Ao finalizar as atividades os estudantes se sentiram mais seduzidos pela Matemática e pela Modelagem Matemática, conforme destaca o estudante E16: “Eu não gosto muito de matemática, mas a partir desse ano comecei a me interessar um pouco mais. O trabalho de matemática com modelagem foi legal, pudemos aprender a correr atrás, pesquisamos e descobrimos.”

É, nesse contexto que os estudantes tornam-se mais ativos, sujeitos da produção do conhecimento na medida em que são partícipes do processo de



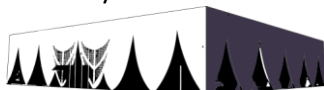
ensino que os torna “[...] corresponsáveis pela aprendizagem” (BURAK, 2017, p.23), a partir de ações e interações, seja na oportunidade de escolha do tema, seja na interação com os participantes do grupo e depois na socialização com os outros grupos, quando as estratégias são examinadas em conjunto com outros estudantes e professor.

Em relação aos conteúdos de matemática afirma-se que não se restringem, apenas, ao que é predeterminado para o ano e a série. Em parte, são retomados conteúdos de anos anteriores, que ganham sentido e significado para os estudantes, no processo de aplicação. Alguns conteúdos da série como regra de três composta e funções, emergiram de forma natural no contexto do tema e cabe ao professor por sistematizá-los com rigor acadêmico.

Com relação à aprendizagem constata-se o avanço dos estudantes, pois os conteúdos são trabalhados à medida que emergem do contexto, com a participação dos estudantes e a mediação do professor que articula os diálogos para melhor exploração dos conteúdos. O progresso é evidente quando os estudantes compreendem e resolvem os problemas, cada grupo da sua maneira, sem ser necessária uma grande lista de exercícios para repetição.

Saberes do dia a dia dos estudantes, como cultivo de frutíferas que não faziam parte da vida escolar ganhou sentido na sala de aula e ofereceu significado a conteúdos matemáticos, tais como escala e transformações de medidas, arredondamento de números decimais, posição de um número decimal na reta numérica, medidas dos ângulos internos de polígonos, dedução de uma expressão matemática para a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer, medidas de área e perímetro, medidas agrárias, funções, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, regra de três simples e composta.

Em relação à atuação do professor em sala de aula para trabalhar com Modelagem Matemática na concepção adotada destaca-se que sua atitude é de estar muito mais atento para ouvir o que os estudantes têm a apresentar. E, nesse ouvir cabe ao professor oferecer os meios para articular a ligação entre o conhecimento dos estudantes e o conhecimento científico. O ouvir o que os



estudantes oferecem relaciona-se ao descobrir os subsunçores que guardam em sua estrutura cognitiva, base para uma aprendizagem significativa na perspectiva de David Ausubel.

As várias práticas desenvolvidas dão propriedade para argumentar que o ponto em que o professor tem mais dificuldade é perceber o que os estudantes propõem e articular os conteúdos matemáticos por meio de interação estudante/professor. Isso é reflexo da formação recebida enquanto professor que se constituiu de forma cartesiana, cada conteúdo em sua caixinha, muitas vezes sem ligação com aplicação prática. A superação desse entrave para trabalhar com Modelagem é adquirida somente na continuidade do trabalho, experiência após experiência e ano após ano.

O trabalho do professor com Modelagem na Educação do Campo e na concepção assumida envolve, além das ações de explicar e elucidar, empregadas nas aulas usuais de matemática, ações como a mediação entre o conhecimento dos estudantes nos grupos e o conhecimento já estabelecido, com ênfase nos saberes já assimilados pelos estudantes com valorização da cultura e do saber local. Valorização esta, propiciada aos estudantes desde a escolha do tema “pomar na escola” até a etapa final, na atividade descrita que se materializou no plantio do pomar. Isso rompe com as tradições que a escola ainda insiste em manter tais como o planejamento fictício e ilusório, baseado em um estudante ideal, que dificilmente se encontra em sala de aula. Promove os estudantes de objetos a sujeitos da construção do conhecimento ao imprimir uma dinâmica diferente à aula, por meio da qual o professor incentiva e estimula a busca de soluções próprias e promover a mobilização do conhecimento construído. Isso evidencia que o desenvolvimento de atividades de modelagem propicia uma ruptura com a organização curricular de forma linear, conforme Burak (1998, 2004, 2010, 2017), Caldeira (2004), Forner (2015), Klüber e Burak (2008) e Oliveira (2017).

Com a Modelagem, na concepção adotada, o professor dá atenção para os questionamentos dos estudantes o que resulta na construção do conhecimento. A



cada atividade realizada, o professor amplia o entendimento e compreende, na prática, a melhor maneira de conduzir a atividade.

7 CONSIDERAÇÕES

A presente pesquisa evidencia que a Modelagem Matemática na Educação do Campo dá mais sentido e maior significado aos conteúdos matemáticos estudados a partir de temas gerais voltados para a realidade dos estudantes. Se os temas partem do interesse dos estudantes, como propõe a concepção de Modelagem adotada, potencializa-se a evolução dos estudantes ao ser a eles concedido a oportunidade de opinar e defender o tema que mais lhes agrada. Isso motiva a participação, a busca e a construção do conhecimento científico, no decorrer das etapas da atividade desenvolvida no contexto da realidade, com valorização dos saberes já adquiridos pela vivência no campo e compartilhados nas aulas. Assim, constata-se que a Modelagem Matemática potencializa as aulas de matemática e a partir da sistematização do conhecimento empírico dos estudantes avança-se para a construção do conhecimento matemático científico.

Assim, pode-se afirmar que a Modelagem Matemática aproxima os estudantes da realidade no campo, mesmo eles estando no campo, a maneira com que as aulas, em maior parte seguindo uma forma tradicional centradas em um livro didático pouco traz da vivência dos estudantes para dentro da sala de aula. Quando esta vivência dos estudantes é valorizada desperta o interesse na participação das aulas. A partir da sistematização os conhecimentos trazidos do cotidiano, não só matemático, mas inerente às diversas áreas do saber, avança e se aprimora. Na atividade realizada os estudantes exploraram a variedade das espécies frutíferas cultivadas na região, a importância do consumo de frutas orgânicas para uma alimentação saudável, os tipos de solo e adubação necessária para cada tipo, técnicas de plantio, dentre outros.

Na prática, é mais significativa, para os estudantes, a atividade de modelagem matemática quando comparada às aulas tradicionais. Como já foi



mencionado, mas cabe trazer novamente alguns excertos: “Foi bom trabalhar com Modelagem, pois estudamos o que pode ser aplicado em nossa propriedade; achei muito bom esse trabalho, é melhor e mais fácil aprender matemática dessa forma; espero que no próximo ano possamos desenvolver mais trabalhos assim; Percebemos mais a participação da turma”.

Porém, ainda há resistência de muitos professores em desenvolver atividade dessa natureza, em nome de um currículo engessado. Cabe, a cada professor, propor novos meios e superar barreiras para despertar o interesse dos estudantes. E, ao Estado, oportunizar as mínimas condições, como materiais nas bibliotecas, laboratórios de experimentação e de informática, para que os professores consigam, juntamente com os estudantes, desenvolver atividades que tragam oportunidades de entender os conteúdos estudados na Educação do Campo com sentido e significado para a vida.

REFERÊNCIAS

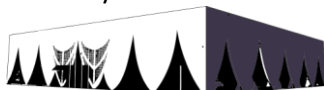
ALMEIDA, L. M. W. de.; VERTUAN, R. E. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a Modelagem Matemática: um estudo mediado por representações semióticas. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Blumenau, v.1, n.1, p.28-42. 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**. Campinas, v.13, n.23, p.63-83. 2005.

ALVES, L. C. dos S. D.; RODRIGUES, L. F. Saberes e práticas mediados pela Modelagem Matemática no campo: percepções no contexto da pesca. **Revista Eletrônica da Matemática - REMAT**, v.1, n.2, p.1-10. 2015.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. **Anais da Reunião Anual da Anped**, 24., Rio Janeiro. CD-ROM. 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto. 2002.



BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, UFSC. - 120 - Florianópolis – SC, v.2, n.2, p.7-32. 2009.

_____. **Modelagem matemática no Ensino Fundamental**. 1. ed. Blumenau: Edifurb, 2013.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto. 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: fundamentos, métodos e técnicas. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto, p.15-80. 1994.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese de doutorado em educação – FE/UNICAMP, Campinas. 1992.

_____. Uma experiência com a Modelagem Matemática. **PRÓ-MAT**, Curitiba, v.1, n.1, p.32-47. 1998.

_____. Modelagem Matemática e a sala de aula. **Anais Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM**, 2004, Londrina: UEL. 2004

_____. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. n.1, v.1, p.10-27. 2010.

_____. Modelagem na perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v.51, p. 9-26. 2017.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: produção e dissolução da realidade. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: UFPE. 2004.

_____. Modelagem Matemática: um outro olhar. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, UFSC. Florianópolis – SC, v.2, n.2, p.33-54. 2009.

DUFECK, L de F. **Uma aplicação da modelagem matemática na educação do campo**. Dissertação de mestrado – UEPG, Ponta Grossa. 2017.

DE SOUSA SANTOS, B. **Para um novo senso comum: a ciência, o direito e a política na transição paradigmática**. Cortez Editora. 2006.



FEYH, C. R. N. **Modelagem Matemática na Educação do Campo**. Dissertação de mestrado Universidade Regional de Blumenau- SC, Blumenau- SC. 2013.

FORNER, R. Modelagem Matemática e o currículo oficial do Estado de São Paulo: investigando possíveis relações a partir do diálogo entre professores. **Anais XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Juiz de Fora. 2015.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Porto Alegre: Sulina. 2007. Autor. (ANO) *Título*. Dissertação de mestrado – Instituição, Local.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. In: **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v.10, n.1, p.17-34. 2008.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v.98, n.249, p. 503-521. 2017.

PARANÁ Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação do Campo**. Curitiba: SEED. 2006.

AGRADECIMENTOS

Ao apoio, para a realização do presente trabalho, recebido da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Recebido em: 04/12/2018

Aceito em: 14/04/2021

