

DIFICULDADES ENCONTRADAS POR PROFESSORES E ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NO DESENVOLVIMENTO DE PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt  0000-0002-0007-8639

Dr. Italo Gabriel Neide  0000-0003-0343-7294

Me. Rosilene Inês König  0000-0003-1767-3669

Silvana Emer  0000-0001-8282-3526

Me. Vanessa Brandão de Vargas  0000-0003-1348-9864

Universidade do Vale do Taquari

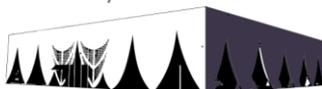
RESUMO: O artigo aborda resultados de um estudo que foi desenvolvido ao longo de três anos, por meio de nove etapas, abarcando a exploração de duas práticas de Modelagem Matemática em três distintas escolas do Vale do Taquari. Uma das questões norteadoras da pesquisa foi “Quais os principais obstáculos encontrados pelos professores para e na implementação da metodologia da Modelagem Matemática nas escolas públicas?” Neste cenário, o presente artigo tem por objetivo analisar algumas dificuldades observadas no desenvolvimento de práticas de Modelagem Matemática, incluindo as etapas (Bassanezi, 2015), bem como as ações promovidas no replanejamento de algumas práticas. A pesquisa é de abordagem qualitativa, com aproximações de estudo de caso, e os dados foram obtidos por meio de gravações realizadas nas reuniões de planejamento, entrevistas das professoras das escolas e do diário de campo utilizado pelos pesquisadores. Os dados apontam que as dificuldades observadas nas etapas se encontram na segunda (coleta de dados) e na terceira (análise de dados e formulação do Modelo Matemático). Em adição, outros entraves se consistiram na insegurança do professor (em conteúdos matemáticos e no processo de modelagem), bem como na imprecisão de dados. No replanejamento, foram contemplados “ensaios” visando melhorar aferições e uso de médias para aproximação maior dos dados coletados. Por fim, as instituições não apresentaram obstáculos para o desenvolvimento de práticas de Modelagem Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática; Planejamento; Ensino Médio.

DIFFICULTIES FOUND BY TEACHERS AND STUDENTS OF HIGH SCHOOL IN DEVELOPING PRACTICES OF MATHEMATICAL MODELING

ABSTRACT: The article presents a three-year study developed in nine stages, exploring two Mathematical Modeling practices across three Vale do Taquari schools. Guided by the question “What are the main obstacles encountered by teachers for and in the implementation of the Mathematical Modeling methodology in public schools?”, it analyzes observed difficulties in modeling practices, including Bassanezi’s (2015) steps, and redesign actions. The qualitative research, with case study elements, drew on planning meeting recordings, teacher interviews, and researchers’ field diaries. Findings reveal key challenges in the second (data collection) and third stages (data analysis and Mathematical Model formulation), alongside teacher insecurity (in content and process) and data inaccuracy. Re-planning introduced measurement trials and averages for better data approximation. No institutional obstacles were reported.

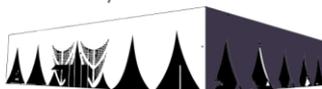
KEYWORDS: Mathematical Modeling; Planning; High School.



1 INTRODUÇÃO

O ensino das Ciências Exatas tem se constituído, no Brasil, um problema na Escola Básica tanto para alunos quanto professores, pois ainda está alicerçado sobre práticas que destoam das necessidades dos alunos no século XXI (Bassanezi, 2015; Burak, 2016). De acordo com Demo (2011), o que se percebe, em geral, nas práticas pedagógicas, é que elas primam pelos discentes como objetos e consideram o professor o centro do processo de ensino. Como consequência, observa-se certa desmotivação, por parte daqueles, para a área das Ciências Exatas, principalmente nas disciplinas de Física, Química e Matemática (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2017). Como docentes, entendemos que não basta transmitir conteúdos para que se produzam aprendizagens, o que ocorre, por exemplo, quando, em sala de aula, propomos fórmulas prontas (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2017). Para o aluno, isso causa pouco efeito e, habitualmente, ele encontra dificuldades na construção de seu conhecimento, além de promover certo desinteresse. No entanto, os estudos de Rehfeldt *et al.* (2019); Rehfeldt *et al.* (2018); Neide *et al.* (2018); Pisching *et al.* (2017); Rehfeldt, Puhl e Neide (2017); Rehfeldt; Dente e Neide (2017); Heinen *et al.* (2016) e Neide *et al.* (2013) mostram que atividades embasadas em Modelagem Matemática, contemplando multidisciplinaridade, autonomia e investigação, podem favorecer a aprendizagem dos alunos nas Ciências Exatas.

Imbuídos nesse cenário e com base nas publicações acima mencionadas, o grupo de pesquisa, composto de três professores do Ensino Superior, quatro professoras da Escola Básica e alguns bolsistas de Iniciação Científica, desenvolveram, ao longo de três anos, a pesquisa “Despertando a vocação científica e criatividade por meio da modelagem matemática em alunos do Ensino Médio no interior do Rio Grande do Sul”.



A referida pesquisa foi aprovada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por meio do Edital Chamada Universal MCTI/CNPq N° 01/2016. Nesse estudo, como questões norteadoras, foram propostas: a) quais as contribuições que a metodologia da modelagem matemática pode trazer para um grupo de alunos do Ensino Médio de escolas públicas, localizadas no Vale do Taquari, interior do Rio Grande do Sul? b) quais os principais obstáculos encontrados pelos professores para e na implementação da metodologia da modelagem matemática nessas escolas públicas?

Neste artigo, em especial, pretendemos responder à segunda delas. Cabe salientar que a ampliamos um pouco e buscamos inserir também algumas dificuldades mencionadas pelos próprios alunos e certos aspectos no que concerne às escolas, no sentido de compreender o que a equipe diretiva pensava acerca da Modelagem Matemática. Assim, o objetivo é descrever algumas dificuldades observadas e apresentar discussões promovidas no grupo de pesquisa após a realização das atividades propostas, as quais implicaram o replanejamento de algumas etapas da prática da Modelagem Matemática.

Estruturalmente, dividimos o artigo em quatro seções. Nesta - primeira - incorporamos a origem do estudo, seu objetivo e a justificativa para o trabalho. Na segunda, fazemos menção a referências bibliográficas focadas nas etapas da Modelagem Matemática e nas dificuldades de desenvolvimento de práticas de modelagem encontradas em outros estudos. Na terceira, apresentamos a metodologia de pesquisa usada para desenvolver o estudo. Na sequência, ilustramos e discutimos alguns resultados obtidos.



1.1 Alguns pressupostos teóricos

Nesta seção, discutimos dois aspectos que podem ser considerados o cerne deste artigo: as etapas de uma prática de Modelagem Matemática e as dificuldades encontradas por pesquisadores em propostas que adotam essa metodologia. Em nossa pesquisa, ela foi explorada na perspectiva de metodologia de ensino da Matemática e da Física e encontrou aproximações com os aportes teóricos embasados em Bassanezi (2015). Ainda levando em consideração o autor supramencionado, a Figura 1 descreve o que ocorre em cada etapa da Modelagem.

Figura 1 - Etapas da Modelagem Matemática



Fonte: Dos autores, com base em Bassanezi (2015).

- a) Escolha do tema: Nesta etapa, professor e alunos podem, conjuntamente, indicar o tema. Em nosso caso, os docentes e pesquisadores propuseram duas situações-problema. A primeira tinha por objetivo verificar uma possível relação entre a altura de abandono de uma bolinha de aço e sua queda. Na segunda, após o



abandono de distintas bolinhas (ping pong, borracha e tênis), os discentes foram instigados a observar a altura de queda destas e seu “repique”¹. A escolha do tema se deveu pelo fato de ele incorporar ideias de funções, temática que os alunos estavam estudando à época das práticas juntamente com as professoras da escola e integrantes da pesquisa.

- b) Coleta de dados: A busca de dados pode ser realizada de distintos modos (questionários, pesquisas bibliográficas ou experimentações dos próprios alunos). Em nosso caso, os alunos, em parceria com as professoras da turma e os pesquisadores, apreenderam os dados. No primeiro experimento, mensuraram o tempo de queda e a altura na qual foi abandonada a bolinha de aço. No segundo, a metodologia foi similar, tendo os discentes tomado nota das alturas de abandono e do repique das bolas de acordo com as que cada grupo recebeu, uma vez que eram de distintos materiais.
- c) Análise de dados e formulação de modelos: Na terceira etapa, os alunos expressam o modelo matemático obtido por meio das relações encontradas na etapa anterior, usando os dados coletados, ocorrendo, assim, a matematização. Caso haja alguma inconsistência ou discrepância, é necessário voltar à etapa anterior e coletar novamente os dados.
- d) Validação: Nesta etapa, os alunos encontram o modelo matemático que explana a relação entre as variáveis. Por isso é importante considerar a alteração das variáveis envolvidas no fenômeno analisado. Em nossa pesquisa, a partir dos dados coletados, os estudantes traçaram gráficos e tentaram compreender a relação que se estabelecia entre elas. A partir

¹ Por repique entendemos a altura que a bolinha quica após tocar o chão.



disso, expressaram, por escrito, o modelo matemático referente a essa situação-problema.

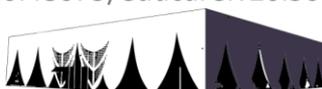
e) Convergência e estabilidade: Esta etapa tem relação com as variáveis observadas e se elas tendem a um determinado número, bem como a uma estabilidade.

Para Bassanezi (2015, p. 22), “um modelo matemático é bom quando satisfaz algum objetivo e quando o usuário o considera como tal”. No entanto, quando o modelador não estiver satisfeito com os resultados, pode retornar a alguma etapa anterior. Por isso representamos, na Figura 1, anteriormente citada, setas que ilustram a possibilidade de voltar a uma das etapas para rever os dados ou o modelo caso este não seja isomorfo² com a realidade que ele retrata.

Neste sentido, o intuito deste artigo é relatar algumas dificuldades encontradas no desenvolvimento nas distintas etapas e como o grupo de pesquisa as contornou, bem como descrever alguns obstáculos apontados pelas professoras da escola investigada e seus alunos, bem como alguns comentários da equipe diretiva acerca de práticas de Modelagem Matemática. Para alicerçar as aludidas adversidades, buscamos referenciar o que alguns autores comentam acerca delas, no sentido de corroborar, posteriormente, os resultados obtidos.

Para Bassanezi (2015), os entraves estão relacionados à atuação do professor, à participação dos alunos e aos aspectos institucionais, e isso pode permear as distintas etapas de Modelagem Matemática. No que se refere aos obstáculos relacionados ao professor, Burak (2016, p. 30, grifos nossos) menciona que,

² Para Goldbarg (2000), isomorfismo tem relação com a tradução do problema do mundo real para o mundo abstrato.



Ao eleger o “interesse do aluno” como princípio, a Modelagem Matemática rompe com a forma usual de se deflagrar o processo de ensino utilizado na maioria das escolas. Quando o professor se propõe a compartilhar o processo de ensino que usualmente é deflagrado por ele, sujeita-se a perder um pouco da sua segurança, pois depara-se com o desconhecido, não possui domínio completo da situação, dissipa a forma linear de se tratar o conteúdo matemático.

De forma similar, Bassanezi (2014, p. 37, grifos nossos) argumenta que

Muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem. Acreditam que perderão muito tempo para preparar as aulas e também não terão tempo para cumprir todo o programa do curso.

Nas reflexões de Burak (2016) e Bassanezi (2014), percebem-se palavras, como insegurança, situações embaraçosas, ou seja, o professor, pode enfrentar questionamentos [matemáticos ou até extra matemáticos] por parte dos alunos, referentes a perguntas para as quais ele não tem respostas.

Diante dessa situação, o professor se sente inseguro, pois ainda acredita que precisa ter o domínio majoritário das informações. Em função disso, ele opta por práticas pedagógicas com respostas únicas e precisas, indicando que a matemática é cercada de certezas³. No entanto, concordamos com Almeida e Silva (2014, p. 14, grifos nossos) quando ressaltam que o docente passa a ter um novo papel: o de orientador:

³ Para Skovsmose (1994) e Borba e Skovsmose (1997) a ideologia da certeza se fundamenta na concepção de uma matemática indubitavelmente exata e, no diálogo entre educação crítica e matemática, essa certeza, precisão e verdade são desmitificadas. Essa "ideologia da certeza" concebida na busca de afirmações seguras gerou uma matemática indubitavelmente exata.



O professor, assim como os alunos, ao utilizar modelagem matemática, migra de uma situação de aulas expositivas seguidas de exercícios para situações que são essencialmente investigativas. Embora esse caminho entre paradigmas seja necessário, aventurar-se em aulas investigativas carrega, inevitavelmente, concepções construídas nas aulas consideradas tradicionais. Parece, portanto, que o professor deixa de ser um expositor e passa a ser um orientador que atua, muitas vezes, em caminhos não vislumbrados por ele na preparação de sua aula. Isso porque o caminhar é do aluno e não dele - cabe ao aluno criar hipóteses, testá-las, resolver um problema e decidir se a solução é ou não satisfatória.

Nas práticas de Modelagem Matemática, como afirmam os autores, o professor trabalha em parceria com o seu aluno, instiga-o a buscar pistas, dados, fazendo-o pensar distintas possibilidades e explorar aproximações, não necessariamente dados absolutos e indiscutíveis. Ainda na busca da literatura obstáculos, encontramos relatos de Malheiros (2016, p. 1159, grifos nossos), que investigou docentes que lecionavam matemática a alunos licenciandos.

Os licenciandos se sentiram frustrados com a falta de adesão dos professores [nas escolas pesquisadas] e supuseram que o desconhecimento do que vem a ser a Modelagem, aliado às questões relacionadas as avaliações em larga escala, fizeram com os docentes negassem a proposta. Para eles, os professores estão muito preocupados com o desempenho dos alunos da Educação Básica nas avaliações, que os deixa inseguros para aceitar trabalhar com abordagens metodológicas mais abertas, que permitam que os alunos da escola trabalhem com perspectivas que envolvam a problematização e investigação, por meio do diálogo, como a Modelagem.

Novamente se constata a insegurança do professor, justificada pela necessidade de vencer o conteúdo, objetivando um bom desempenho dos alunos nas avaliações externas em larga escala. Ou seja, segundo a autora, com a alegação de despender muito tempo no desenvolvimento dessas



práticas, distintas das formas tradicionais de ensinar, os docentes pouco trabalham essa tendência.

Cumprido destacar que as dificuldades encontradas na literatura também são remetidas aos alunos, ou seja, estes podem complexificar algumas práticas. Neste sentido, mencionamos Bassanezi (2014, p. 37):

O uso de Modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. Os alunos estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimentos e quando são colocados no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsáveis pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo, a aula passa a caminhar em ritmo mais lento. A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática em estudo. Também o tema escolhido para modelagem pode não ser motivador para uma parte dos alunos provocando desinteresse.

Ao analisarmos os motivos que Bassanezi (2014) aponta, podemos ressaltar as rotinas diferentes com que são desenvolvidas as aulas (não mais “tradicionais”, mas sim nas que eles, os estudantes, são o centro dos processos de ensino e de aprendizagem); a apatia dos alunos, dependendo do tema escolhido; a formação heterogênea de uma turma, o que corrobora nosso estudo empírico.

Resultados similares aos de Bassanezi (2014) também foram obtidos por Dente (2017) e Emer (2020)⁴. Dente enfatiza que, em seu primeiro contato [com uma das turmas em que desenvolveu uma prática contemplando a Modelagem Matemática], percebeu certa indisponibilidade para realizar atividades em grupo. Segundo a autora, no entendimento dos alunos, a escolha de “esportes” como tema gerador da prática [etapa I

⁴ Esta professora é integrante do grupo de pesquisa e explorou práticas de Modelagem Matemática junto a seus alunos, inspiradas nas aqui relatadas.



proposta por Bassanezi (2015)] representava apenas uma oportunidade de brincar e não discutir Matemática. A pesquisadora complementa que eles não estavam habituados a desenvolver trabalhos de forma cooperativa.

Por sua vez, Emer (2020) identificou que umas das dificuldades encontradas por um grupo de alunos na realização de práticas de Modelagem Matemática esteve na construção/escrita do modelo algébrico, mais precisamente na terceira etapa (Bassanezi, 2015). Segundo a autora, eles superaram o obstáculo ao interagirem entre e nos grupos, realizando discussões em que uns ajudaram os outros. Distintamente de Dente (2017), os estudantes descritos por Emer (2020) estavam habituados a trabalhar em equipe, o que facilitou a integração.

Retratados os obstáculos focados no “professor” e no “aluno” e observados por Bassanezi (2014), descrevemos um terceiro entrave que pode desfavorecer práticas de Modelagem Matemática: a instituição, ou seja, as pessoas que fazem parte da equipe diretiva de uma escola. Para Viécili (2006, p. 28): “[...] existem muitos outros desafios a serem vencidos [nas práticas de Modelagem Matemática], como, por exemplo, a falta de apoio das instituições de ensino no sentido de viabilizar condições necessárias e suficientes às práticas de ensino alternativas”.

Mas que condições são essas? Na literatura, encontramos referências ao receio do não cumprimento do programa de ensino, à ausência de atividades escritas nos cadernos dos alunos que gera dúvidas nos pais, à possibilidade de distorção da exatidão da Matemática, entre outros [ideologia da certeza]. Para corroborar essa ideia, Bassanezi (2014, p. 37) sublinha que

Os cursos regulares possuem um programa que deve ser desenvolvido completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado não dando tempo para cumprir o programa todo.



Por outro lado, alguns professores têm dúvida se as aplicações e conexões com outras áreas fazem parte do ensino de Matemática, salientando que tais componentes tendem a distorcer a estética, a beleza e a universalidade da Matemática. Acreditam, talvez por comodidade, que a matemática deva preservar sua “precisão absoluta e intocável sem qualquer relacionamento com o contexto sócio-cultural e político”.

Já Silveira e Caldeira (2012, p. 1037-1038) explicam que

Muitos professores acreditam que com a Modelagem se gasta muito tempo, tanto na sua preparação, quanto na preparação da aula e, ainda, na sua realização em sala. Esse suposto excesso de tempo dificulta o cumprimento de todo o programa, provocando um mal-estar nos professores, tanto em relação à sua realização pessoal de, pelo menos cumprir o programa, quanto em relação à pressão que sofrem dos pais e dos administradores das escolas.

Os resultados de alguns estudos ilustram que, ao se adotarem práticas de Modelagem Matemática, o tempo destinado à solução de determinado problema, habitualmente, é maior se comparado àquele de ensino em aulas tradicionais. Em vista disso, pode gerar um descumprimento parcial do programa inicialmente planejado.

Expostas as etapas de Modelagem Matemática e problematizadas as dificuldades enfrentadas ao desenvolvermos práticas pedagógicas nessa perspectiva, detalhamos a metodologia utilizada para a escrita deste artigo.

2 METODOLOGIA

O presente estudo pode ser classificado como qualitativo. De acordo com Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 33),

o enfoque qualitativo [...] se guia por áreas ou temas significativos de pesquisa. No entanto, ao contrário da maioria dos estudos quantitativos, em que a clareza sobre as perguntas de pesquisa e as hipóteses devem vir antes da coleta e da análise dos dados, nos



estudos qualitativos é possível desenvolver perguntas e hipóteses antes, durante e depois da coleta e da análise dos dados.

Quanto aos objetivos, a pesquisa pode ser entendida como um estudo de caso. De acordo com Yin (2010, p. 22), “[...] em geral, os estudos de caso são o método preferido quando: a) as questões “como” ou “por que” são propostas; b) o investigador tem pouco controle sobre os eventos; c) o enfoque está sobre um fenômeno contemporâneo no contexto da vida real.” Em nossa pesquisa, uma das questões norteadoras foi “quais os principais obstáculos encontrados pelos professores para e na implementação da metodologia da Modelagem Matemática nessas escolas públicas?”. Como já mencionado, nossa intenção é descrever as dificuldades encontradas, mas também relatar como estas foram solucionadas, estando, portanto, em consonância com o que afirma Yin (2010).

No que tange às práticas desenvolvidas nas escolas, cabe ressaltar que elas seguiram os seguintes passos (antes da ida às escolas: a) planejamento e roteirização; b) experimentação com captação de dados; c) representação do modelo matemático; d) validação do modelo no grupo de pesquisa. Como se pode observar, os passos são bastante similares às etapas propostas por Bassanezi (2015).

Reiteramos que, ao chegarem às escolas, pesquisadores, professoras e bolsistas de Iniciação Científica seguiram as etapas propostas por (Bassanezi, 2015), mais especificamente o ciclo da Modelagem. A exceção ocorreu na primeira etapa, pois a temática já havia sido discutida e escolhida pelo grupo de pesquisa.

Para este artigo, a análise de dados foi realizada de forma descritiva. Nesta, de acordo com Reis e Reis (2002, p. 5), é necessário “organizar, resumir e descrever os aspectos importantes de um conjunto de características observadas ou comparar tais características entre dois ou



mais conjuntos”. Nesse conjunto de aspectos, foram capturadas, por meio de vídeos, imagens coletadas a partir das práticas, entrevistas realizadas via *WhatsApp* e diário de campo dos pesquisadores.

Isso posto, na seção a seguir, ilustramos e descrevemos algumas dificuldades encontradas. As professoras participantes da pesquisa são denominadas P1, P2, P3 e P4; os alunos, Aluno 1, Aluno 2 e, assim, sucessivamente.

3 RESULTADOS ENCONTRADOS E DISCUSSÕES

À luz dos obstáculos evidenciados por Bassanezi (2014), foram relacionadas estas categorias: a) professores; b) alunos; c) instituições [equipe diretiva]. Assim, descrevemos as dificuldades que nosso grupo de pesquisa encontrou ao longo das práticas realizadas. Ademais, enfatizamos algumas que ocorreram nas etapas da Modelagem Matemática e como elas foram contornadas pelos pesquisadores.

Na análise dos resultados, não dissociamos ou particularizamos as dificuldades, pois algumas ocorreram de forma concomitante. Dito de outra forma, às vezes, as professoras e os alunos relataram os mesmos problemas.

Neste momento, cumpre salientar que, em nossa pesquisa, sempre buscamos motivar as professoras a usarem a Modelagem Matemática, pois observamos, no início da investigação, que a insegurança era um fator relevante que impedia a aplicação de práticas pedagógicas diferenciadas, tendo como aporte teórico a Modelagem. Para corroborar essa afirmação, transcrevemos algumas enunciações das docentes, gravadas no início da pesquisa, em 2018. Perguntadas quais eram as principais dificuldades, citaram: “É os alunos encontrarem um modelo” [...] e “também entender um pouco o que é a Modelagem” (Professora P1, 2018).



A gente não sabe qual é o caminho que os alunos vão seguir, por onde eles vão seguir, então a gente tem que estar bastante munido de resposta para gente orientar, fazer a condução da atividade”. Além disso narra “que os professores no geral se sentem preocupados em será que eu vou dar a resposta certa? Será que eu estou fazendo a coisa certa? (Professora P4, 2018).

A Professora P2 (2018) acreditava que muitos professores não usavam a Modelagem Matemática por “falta de conhecimento da metodologia”. Em adição, ela complementou:

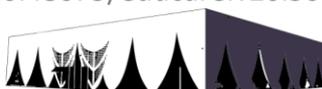
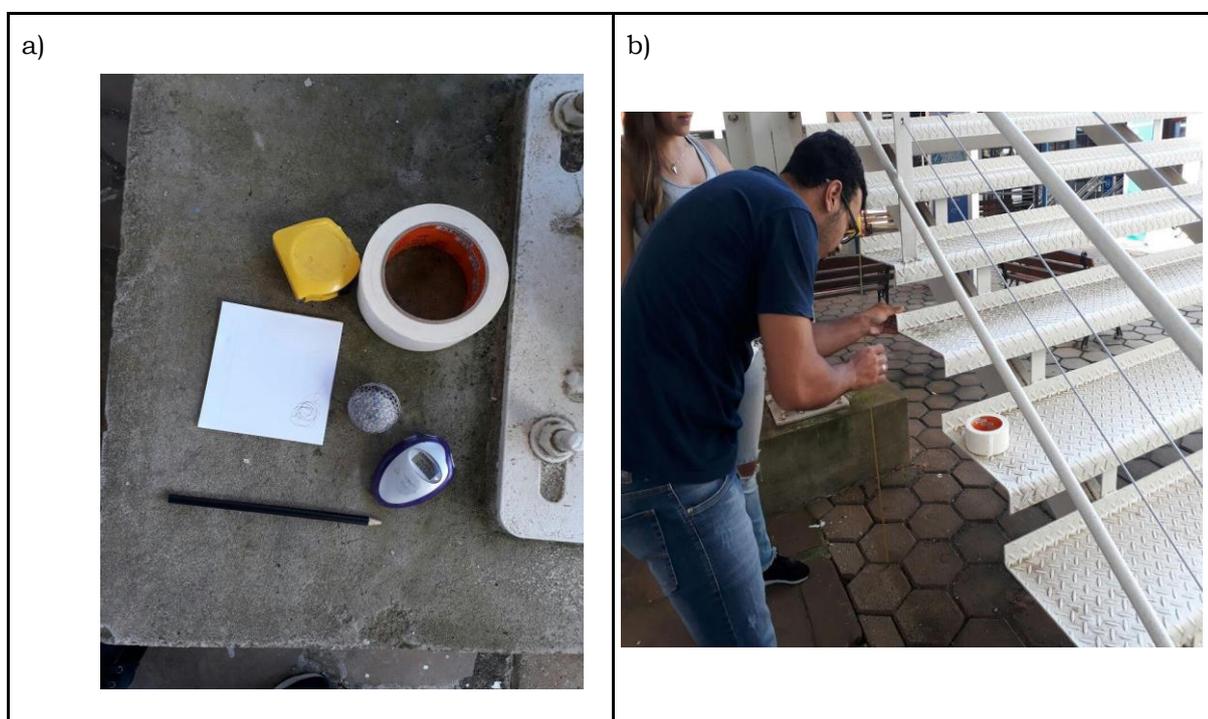
o professor não consegue trazer as tarefas prontas [em práticas de MM], daí as atividades vão aparecendo no andamento do processo e isso pode, às vezes, deixar o professor inseguro para estar conduzindo essa atividade. Por quê? Porque daqui a pouquinho o aluno pode trazer alguma coisa que não é do conhecimento do professor. Muitas vezes ele acha que com isso ele vai se sentir inseguro, ele não vai saber responder e aí como ele fica diante dos alunos? Então, ao invés de ter o olhar assim “bom, vamos lá, como a gente pode fazer? Vamos pesquisar?”, o professor não precisa dar a resposta (Professora P2, 2018).

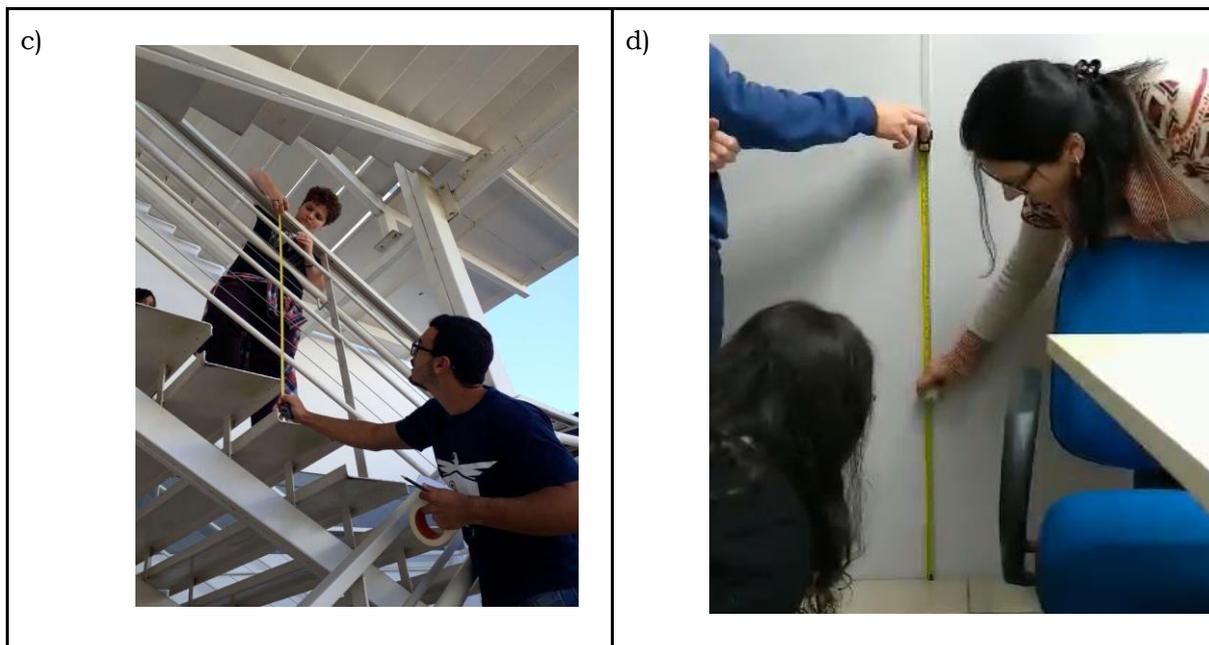
As concepções das professoras no início da pesquisa ilustram o que afirmaram os autores supracitados: insegurança em relação ao conteúdo e à metodologia da Modelagem Matemática. Outro aspecto constatado ocorreu no desenvolvimento da prática com os alunos em sala de aula. Uma das primeiras dificuldades encontradas, tanto para os integrantes do grupo de pesquisa [pesquisadores + professoras + bolsistas de Iniciação Científica], como aos alunos, foi a mensuração do tempo de queda da bolinha de aço e do repique das (bolinhas) abandonadas, encontradas na segunda etapa, ou seja, referente à coleta de dados. Para contornar o problema, na reaplicação da prática da queda com uma segunda turma de estudantes, mostramos como cronometrar o tempo de forma mais precisa e solicitamos que executassem algumas medições, o que lhes proporcionou mais “segurança”, assim como aos professores.



A Figura 2a ilustra, inicialmente, os materiais selecionados para a realização da prática do abandono da bolinha de aço. As Figuras 2b e 2c exibem as experimentações realizadas ainda com a referida bolinha, momento em que percebemos a necessidade de uma maior precisão da medida do tempo de queda. A Figura 2d demonstra a experimentação do abandono de uma bolinha de *ping pong*.

Figura 2 – (a) Materiais selecionados para a prática do abandono da bolinha de aço, com (b)(c) ensaios iniciais dos professores, pesquisadores e bolsista de Iniciação Científica e (d) Ensaio realizado para mensurar a altura de retorno da bolinha de *ping pong*





Fonte: Dos autores, 2020.

Como afirmam Burak (2016), Bassanezi (2014) e Malheiros (2016), um dos obstáculos é a “insegurança” no uso da Modelagem Matemática. No entanto, cabe questioná-la: a que ela está associada? em relação a quê? Alguns autores afirmam que tem vinculação com a falta de conhecimento matemático (de conteúdo propriamente dito) (Bassanezi, 2014; Malheiros, 2016); com o processo de Modelagem Matemática (Bassanezi, 2014; MALHEIROS, 2016) ou, ainda, quanto ao papel do professor, que, de detentor do conhecimento, passa a ser parceiro de pesquisa (Demo, 2011; Almeida; Silva; Vertuan, 2013; Rehfeldt *et al.*, 2018). Ao vivenciarmos a atividade de modelagem, constatamos que é possível acrescentar o quarto aspecto: insegurança ao capturar/observar/medir os dados.

No decorrer da pesquisa, os pesquisadores perceberam a insegurança das professoras. Apesar das experimentações prévias, em uma das entrevistas realizadas após a prática, uma delas declarou que “Outra dúvida que paira assim nas aplicações são as mensurações, quando não tem



instrumentos eficazes de medir, então nisso eu tenho certas dificuldades” (Professora P3, 2020). A enunciação da docente nos permite inferir que havia certo receio quanto à fidedignidade dos dados, algo diferente da incerteza acerca dos conteúdos matemáticos e da metodologia, mas perceptível em práticas de Modelagem Matemática.

Neste sentido, em nossas experimentações – o abandono da bolinha [de aço e de outros materiais] – havia o cronômetro para aferir os tempos, que deveriam ser acionados de forma precisa sob o risco de trazerem resultados distintos dos reais. Contudo, é necessário comentar que, na Modelagem Matemática, obtém-se um modelo que mantém um certo isomorfismo com a realidade, mas não em si mesma como afirma Goldbarg (2000). Ademais, um modelo matemático é uma representação ou cópia da realidade, mas não é a realidade (Bassanezi, 2014; Biembengut; Hein, 2009; Bassanezi, 2006; Almeida, Silva; Vertuan, 2013; Bassanezi, 2015; Biembengut (2009); Skovsmose (2000).

Para contornar o problema da mensuração dos tempos, adotamos uma alternativa visando melhorar a obtenção de dados mais precisos. Para isso, realizamos um “ensaio” com os alunos para o uso do cronômetro (Figura 3). Vivenciar as medições e mexer nos equipamentos foi algo que trouxe resultados mais precisos em termos de aferição de tempo.

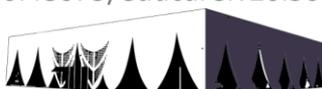


Figura 3 – Alunos aprendendo a usar o cronômetro



Fonte: Dos autores, 2020.

A busca dos tempos também foi mencionada pelos alunos como sendo uma dificuldade enfrentada. Finda a prática, estudantes de uma das escolas afirmaram: “Dificuldade para conseguir marcar o tempo de queda da bolinha” (Aluno 1). “Tivemos alguns problemas para calcular com exatidão o tempo de queda do objeto” (Aluno 2). “Tempo gasto e a dificuldade na hora de marcar o tempo no cronômetro” (Aluno 3).

Ainda no que concerne à obtenção do tempo de queda da bolinha de aço de forma mais precisa, os alunos propuseram realizar várias aferições e calcular a média. Dessa forma, entendiam ter dados mais precisos do tempo. A Figura 4 mostra uma tabela utilizada para anotá-los, bem como a média calculada na última coluna.



Figura 4 - Quadro usado pelos alunos para reduzir a discrepância dos tempos de queda

Altura	Tempo 1	Tempo 2	Tempo 3	Médias
1	0,27	0,40	0,32	0,33
1,5	0,35	0,38	0,39	0,37
2	0,53	0,50	0,66	0,56
2,5	0,79	0,68	0,73	0,73
3	0,79	0,72	0,69	0,73
3,5	0,78	0,86	0,90	0,85
4	0,87	0,86	0,86	0,86
4,5	0,98	0,94	0,91	0,94
5	1,05	1,03	1,03	1,06

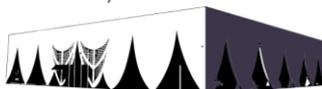
Fonte: Dos autores, 2020.

Em síntese, a forma que as professoras e os pesquisadores encontraram para contornar discrepâncias nas aferições foi realizar ensaios e usar médias para trabalhar com os modelos matemáticos. Dessa maneira, reduziram a insegurança em relação à coleta de dados.

Em referência às dificuldades observadas, especificamente por parte dos alunos, verificamos aspectos relativos à representação do modelo matemático, em especial, nas formas gráfica e algébrica. Como já previsto pelas professoras antes do início das práticas, na primeira entrevista realizada com elas, o problema para encontrar um modelo matemático se concretizou. De acordo com Bassanezi (2015), é na terceira etapa que os discentes buscam representar a situação-problema vivenciada. Essa situação também está descrita em Rehfeldt *et al.* (2018).

Em nossa prática, essa dificuldade foi contornada quando as professoras passaram a “dar dicas” aos alunos, posicionando-se como mediadoras nos processos de ensino e de aprendizagem. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 24),

- a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar



respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “valeduto”; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade de professor. Não há, por certo, uma aceitação de alunos e de toda a noosfera educacional em relação a essa “função” do professor. Lidar com essa adversidade é um dos desafios para introduzir a Modelagem Matemática no currículo escolar.

Essa ideia também é corroborada por Burak (2004, p. 4) quando afirma que “o papel do professor fica redefinido, pois ele passa a se constituir como mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno ou do grupo”. Como já havíamos discutido nos encontros de planejamento, o papel de mediador foi bem desenvolvido pelas professoras e, com isso, os estudantes conseguiram encontrar um modelo matemático.

Emer (2020), em sua prática desenvolvida com os alunos, após participar como integrante da pesquisa, também relatou que eles apresentaram dificuldades em representar o modelo matemático. Entretanto, a partir das práticas vivenciadas no grupo de pesquisa, elas foram contornadas conforme proposições de Burak (2004) e Almeida, Silva e Vertuan (2013).

Ainda no tocante ao tema escolhido, como afirma Bassanezi (2014), nem sempre os alunos o apreciam e, por vezes, ficam apáticos. Em nossa pesquisa, um deles, após realizada a prática, declarou: “Achei a modelagem um pouco cansativa no início, acho que outras atividades poderiam ser criadas ao invés de montar grupos e fazer muitas vezes teste com a bolinha” (Aluno 4). Distintamente deste, outro considerou: “Acredito que poderíamos ter tido mais tempo para que a tarefa fosse executada com melhor exatidão” (Aluno 5). As opiniões de ambos são opostas, pois um argumentou o tempo ter sido demasiado; outro preferia ser mais preciso, possivelmente ao se



referir à obtenção do modelo matemático. Em suma, podemos observar que os aspectos encontrados na literatura também foram presenciados em nossa pesquisa: dificuldade em encontrar e representar o modelo matemático, bem como o interesse pela prática (Burak, 2004; Emer, 2020; Bassanezi, 2014).

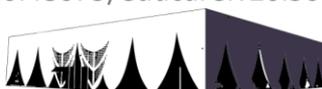
Por fim, problematizamos alguns aspectos relacionados às instituições, ou melhor, à equipe diretiva e o que ela afirmou acerca de práticas realizadas nessa perspectiva. Nos referenciais teóricos, encontramos alguns deles, quais sejam: Não vencer o conteúdo programado; Gasto grande de tempo; Falta de apoio para desenvolver MM; Preocupação com avaliações em larga escala (Bassanezi, 2014); Silveira; Caldeira, 2012; Vieceli, 2006; Malheiros, 2016).

Para compreender o que a equipe diretiva pensava sobre práticas de Modelagem Matemática, antes de realizar as práticas, entrevistamos as três professoras participantes da pesquisa que também executaram as atividades. Suas respostas foram:

Assim, a gente não fez uma pesquisa para saber a opinião deles [a equipe diretiva], mas comentários nos corredores, comentários na sala dos professores, ah tu estás trabalhando tal coisa? Como eles conseguem chegar lá? Então assim, comentários, “ah que diferente”, “que legal tu tá trabalhando um assunto de uma maneira diferente”, então assim percebe-se que é bem tranquilo, na minha escola é bem tranquilo. Até tem curiosidades, mas assim, confesso que os meus colegas professores não são muito abertos, eles acham legal, mas preferem ficar no jeitinho deles (Professora P1, 2018).

Em adição, P1 declarou:

Então, assim, as pessoas acham [aqui ela se refere aos colegas], não vou trabalhar modelagem, alguns não sei, de repente é isso que pensam, eu vou perder muito tempo, vou perder 4, 5, 6 aulas para trabalhar só sobre isso aqui, só que atrás de um modelo matemático não tem só um conteúdo específico, os alunos começam a trazer as dúvidas e daqui a pouco tu está vendo que a dúvida dele não era só



a questão da porcentagem, de cálculo, tem outras coisas ali, outras dúvidas que surgem que são de matemática, conteúdos de matemática.

Ao analisarmos as enunciações da professora P1, constatamos que a equipe diretiva não impunha dificuldades de implementação. Mas, ao fazer alusão aos colegas, declarou que “não são muito abertos” e “preferem ficar no jeitinho deles”.

Outra professora, P4, comentou que “Eu já tive atividade que eu iniciei e que daí depois tinha que retomar depois na outra aula, porque como nós temos os períodos curtos, a atividade de modelagem ela requer um tempo maior, então se tu fores muito picado, períodos muito picados, então fica difícil de trabalhar”. Novamente não se percebe nenhum entrave institucional claramente mencionado. No entanto, a questão do tempo foi citada. Uma alternativa relacionada a esse problema poderia ter sido a junção de períodos de aula na escola para o desenvolvimento da prática. Neste sentido, cabe salientar que isso ocorreu quando realizamos a prática na escola na qual P4 atuava.

Por fim, temos o comentário de P2:

Sim, isso a gente tem, essa liberdade dentro à escola, tanto direção quanto coordenação. Se eles estiverem a par daquilo que o professor vai fazer com os alunos, a par eu digo assim, no sentido de que se explique o que se quer fazer, que se explique, por exemplo, essa metodologia, acredito que a escola não vá, nem direção nem coordenação, vá contra, tanto que na minha escola eu tive apoio da coordenação para usar a Modelagem Matemática e os pais veem de forma positiva também, porque como eu falei, os pais ainda se preocupam também com a questão de conteúdo, mas os conteúdos podem ser elencados dentro da proposta, dentro do tema abordado na sala de aula.

Cabe salientar que, no desenvolvimento da prática na escola em que P2 trabalhava, também foram unidos os períodos de aula da mesma forma que



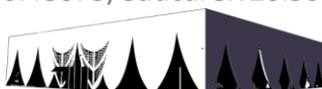
na escola de P4. Assim, distintamente do que predisseram (Bassanezi, 2014); Silveira; Caldeira, 2012; Vieceli, 2006; Malheiros, 2016), não encontramos resistências por parte da equipe diretiva da escola; ao contrário, fomos bem recebidos e pudemos usufruir do tempo necessário para a prática.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao descrevermos possíveis dificuldades detectadas nas etapas de atividades de Modelagem Matemática e retomarmos as discussões promovidas no grupo de pesquisa após a realização das práticas que implicaram o replanejamento de algumas etapas, à luz de estudos já realizados sobre a referida temática, podemos considerar que:

- a) Nos estudos realizados, as principais dificuldades encontradas foram remetidas ao professor, ao aluno e às instituições.
- b) Aspectos relacionados ao professor e aos alunos também foram presenciados em nossas investigações, tais como a insegurança que estava ligada à falta de conhecimento dos docentes sobre os conteúdos propriamente ditos e ao processo de Modelagem Matemática. Durante a pesquisa, encontramos um terceiro fator: a falta de precisão dos dados. Ademais, verificamos, tanto nos referenciais quanto em nossas práticas, que o papel do professor é de mediador e não o de detentor do saber.
- c) Contrariamente ao que aparece nos referenciais teóricos, não percebemos falta de apoio das instituições para a implementação de práticas de Modelagem Matemática.

No que tange às etapas, em nossa pesquisa, as principais dificuldades estiveram relacionadas com a segunda e a terceira, quais sejam: as coletas



e análise de dados; a formulação do Modelo Matemático. Para contorná-las, discutimos, com as professoras e pesquisadores, alternativas, tais como “ensinar” o uso cronômetro”, repetir as aferições dos tempos e realizar médias, usar réguas e sugerir mudança de papel de professor para orientador.

Cabe salientar que, mesmo tendo sido encerrada a pesquisa nas escolas, o grupo seguiu seus estudos e propôs a confecção de um produto educacional, sendo este descrito na íntegra pelas professoras participantes da pesquisa. Entendemos que isso também é um resultado que corrobora o quanto elas compreenderam a metodologia da Modelagem Matemática.

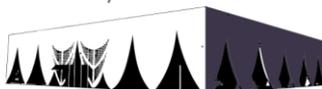
Ao finalizar este artigo, o nosso grupo de pesquisa deixa alguns questionamentos aos que colocam obstáculos na inserção da Metodologia Modelagem Matemática em sala de aula: 1) metodologias ditas “tradicionais” garantem aprendizagem? 2) O que efetivamente é armazenado na estrutura cognitiva⁵ do aluno após uma simples explanação? Isso difere se ele [o aluno] vivenciar uma prática de Modelagem Matemática? Para responder aos questionamentos, sugerimos a realização de novos estudos na área, haja vista que este assunto é vasto e amplo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed., 1. reimpr. São Paulo: Contexto, 2013.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. **Modelagem matemática em foco**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.



BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, jul. 2009. p. 7-32.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001. p. 127-148.

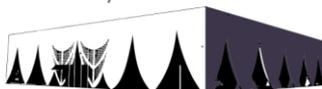
BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPMEM, 1., 2004, Londrina. **Anais** [...] Londrina: Ed. da UEL, 2004. 1 CD-ROM.

BURAK, D. Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 17-40.

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 9. ed. Campinas: Autores Associados, 2011.

DENTE, E. C. **Modelagem matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática no 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS, 29 maio 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10737/1720>. Acesso em: 08 set. 2020.

EMER, S. **Modelagem matemática aliada à experimentação no ensino de funções exponenciais**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS, 31 jul. 2020.



GOLDBARG, M. C. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.** Rio de Janeiro: Campus, 2000.

HEINEN, C. A.; REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; KONIG, R. I. Atividades experimentais e modelagem matemática: uma prática realizada com alunos do ensino médio politécnico. **Caderno Pedagógico (Lajeado. Online)**, v. 13, 2016. p. 139-155.

MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em aulas de matemática: reflexos da formação inicial na educação básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, 2016. p. 1151-1167. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1685/2288>. Acesso em: 18 abr. 2020.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática.** 3. ed.; reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

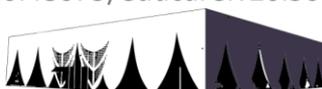
NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; KÖNIG, R. I.; HAEFLIGER, C.; HEPP REHFELDT, M. J. Problematizando experiências de modelagem matemática desenvolvidas no ensino médio. **Dynamis**, v. 24, 2018. p. 77-93.

NEIDE, I. G.; REHFELDT, M. J. H.; DULLIUS, M. M.; BÖCKEL, W. J. Problematizando modelagem matemática por meio de uma situação-problema identificada na prática laboral de um engenheiro civil. **Caderno Pedagógico (Lajeado. Online)**, v. 10, 2013. p. 79-95.

PISCHING, I.; REHFELDT, M. J. H.; BÖCKEL, W.; NEIDE, I. G.; KONIG, R. I.; HEINEN, C. A.; BROILO, A. P. Modelagem matemática: um olhar sobre os alunos e a professora envolvida a partir de uma prática de modelagem. *In: I CONGRESSO INTERNACIONAL DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E CONHECIMENTO*, 2017, Lajeado. **Anais** [...]. Lajeado: Univates, 2017. p. 107-107.

REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; AZAMBUJA, K. As implicações de uma prática de modelagem matemática desenvolvida a partir da cobertura de uma casa. **Atos de Pesquisa em Educação (FURB)**, v. 14, 2019. p. 193.

REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; BROILO, A. P.; PISCHING, I.; HEINEN, C. A.; KONIG, R. I. Modelagem matemática no ensino médio: uma possibilidade de aprendizagem a partir de contas de



água. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, 2018. p. 103-121.

REHFELDT, M. J. H.; PUHL, N. M.; NEIDE, I. G. Modelagem matemática: descobrindo o volume em uma fôrma de bolo. **Kiri-Kerê**, v. 3, 2017. p. 19-33.

REHFELDT, M. J. H.; DENTE, E. C.; NEIDE, I. G. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem matemática. **Kiri-Kerê**, v. 3, 2017. p. 120-125.

REIS, E. A.; REIS, I. A. **Análise descritiva de dados**. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG, 2002. Disponível em: <http://www.est.ufmg.br/portal/arquivos/rts/rte0202.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2024.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, 2012. p. 1021-1047. DOI: 10.1590/S0103-636X2012000300012. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300012&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 30 ago. 2020.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

VIECILI, C. R. C. **Modelagem matemática: uma proposta para o ensino da matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2006. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Viecili.pdf. Acesso em: 30 ago. 2020.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

Recebido em: 25-09-2020

Aceito em: 04-06-2025

