

Ensino de números inteiros na educação básica: panorama de pesquisas no Brasil de 2006 a 2017

Thuany Raphaella Mendes Amaral¹
Flávia Cristina Figueiredo Coura²

Resumo: Este estudo tem o objetivo de identificar e analisar o conhecimento produzido sobre o ensino de números inteiros em pesquisas realizadas em sala de aula. Trata-se de um estudo bibliográfico de cunho qualitativo, feito a partir de 13 dissertações e uma tese defendidas em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação, Ensino e Matemática, no período de 2006 a 2017. Da análise emergiram três categorias, segundo as quais as pesquisas foram organizadas: ano escolar, recurso didático e dificuldades dos alunos. Os resultados indicam a presença de obstáculos epistemológicos em oito estudos, dos quais seis remetem à mesma manifestação de erros e dificuldades dos alunos para aprender números inteiros: unificar a reta numérica. As pesquisas salientam que atividades propostas para o ensino não devem restringir-se a situações cotidianas. Houve pouca ênfase nos conceitos de número inteiro e de número negativo.

Palavras-chave: Ensino de números inteiros; número negativo; obstáculos epistemológicos; ensino de matemática.

Teaching integers in basic education: overview of research in Brazil from 2006 to 2017

Abstract: This study aims to identify and analyze the knowledge produced about teaching of integers in research carried out in the classroom. This is a bibliographical study of a qualitative nature, made from 13 dissertations and one thesis defended in Brazilian *stricto sensu* postgraduate programs in the areas of Education, Teaching and Mathematics, from 2006 to 2017. Three categories emerged from the analysis, according to which the research was organized: school year, teaching resource and student difficulties. The results indicate the presence of epistemological obstacles in eight studies, six of which refer to the same manifestation of students' errors and difficulties in learning integers: unifying the number line. Research highlights that activities proposed for teaching should not be

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de São João del-Rei – UFSJ. Professora da Escola de Educação Básica e Profissional Dona Sinhá Neves – Fundação Bradesco de São João del-Rei. E-mail: thuanyamaral7@yahoo.com.br.

² Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR. Professora da Universidade Federal de São João del Rei. E-mail: flaviacoura@ufsj.edu.br.

restricted to everyday situations. There was little emphasis on the concepts of integer and negative number.

Keywords: Teaching of integers; negative number; epistemological obstacles; teaching mathematics.

Introdução

Com o objetivo de identificar e analisar o conhecimento produzido sobre o ensino de números inteiros em pesquisas realizadas em sala de aula, com a participação de alunos da Educação Básica, este estudo volta o olhar para teses e dissertações defendidas em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação, Ensino e Matemática, no período de 2006 a 2017.

Teve origem na busca por alternativas para abordar o conteúdo de números inteiros em aulas de Matemática, que culminou no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da primeira autora, realizado sob orientação da segunda. A opção pelo tema se deve às vivências durante o curso de Licenciatura em Matemática, quando a licencianda observou dificuldades dos estudantes em operar com números inteiros, especialmente com os negativos.

Para apresentar o estudo bibliográfico de cunho qualitativo realizado, enunciaremos a seguir os pressupostos teóricos usados a fim de definir número negativo e alguns aspectos históricos associados ao desenvolvimento do conjunto de números inteiros, bem como, sobre o ensino e dificuldades de aprendizagem desses números. Descreveremos a metodologia adotada no que se refere à constituição do *corpus* e aos procedimentos de análise. Para caracterizar os 14 estudos sobre o ensino de números inteiros, faremos uma análise quantitativa de alguns aspectos relacionados às condições de produção e a objetivos e metodologias adotadas, na parte dedicada às tendências das pesquisas. Procuramos sistematizar o conhecimento sobre o ensino de números inteiros produzido focalizando os resultados dos estudos selecionados, organizados em três categorias – ano escolar, recurso didático e dificuldades dos alunos -, descritas

na penúltima parte do texto. Ao final, registramos algumas considerações a respeito dos resultados.

O ensino de números inteiros

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)³, os números inteiros representam o conteúdo proposto para o ensino de Matemática no terceiro ciclo do Ensino Fundamental e, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)⁴, deve ser abordado no sétimo ano.

Segundo os PCN, as primeiras abordagens sobre números inteiros podem ser apoiadas em situações cotidianas dos alunos, como por exemplo, saldo de uma conta bancária, nível do mar (altitude e profundidade), perdas e ganhos em jogos, variação de temperatura ou outras referências que eles já possuam a respeito desses números. Tais situações se fazem presentes no cotidiano dos estudantes antes de eles cursarem o sétimo ano do Ensino Fundamental, ou seja, ainda nos anos iniciais eles têm o contato com situações que podem levá-los a desenvolverem uma noção intuitiva acerca dos números inteiros antes do ano escolar previsto para o estudo desse conteúdo e, posteriormente, essas são associadas à introdução do conceito desses números.

Entretanto, o estudo sobre os números inteiros não pode se restringir apenas a essas noções intuitivas desenvolvidas pelos alunos.

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas.⁵

³ BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

⁴ BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Base nacional comum curricular: educação é a base**. Brasília: MEC 2017.

⁵ BRASIL. op. cit., 1998, p. 100.

Propostas de atividades sobre números inteiros fundamentadas unicamente em situações do cotidiano dos alunos não permitem que eles tenham uma compreensão do seu significado. Talvez essa seja uma das razões pelas quais, “(...) o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios”⁶.

As dificuldades também se fizeram presentes para os matemáticos no desenvolvimento do Conjunto de números inteiros, cuja construção formal levou vários séculos desde a Antiguidade, quando apareceram, até o século XIX, “(...) quando Hankel se desvinculou da preocupação de extrair do real exemplos para explicar os números relativos e propôs uma explicação formal para os mesmos (...)”⁷. Definir esse conjunto numérico como uma ampliação dos naturais produz seis obstáculos epistemológicos⁸ para a compreensão dos números relativos⁹:

- (1) inaptidão para manipular quantidades isoladas; (2) dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas; (3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números; (4) ambigüidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem; (5) dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal; (6) desejo de um modelo

⁶ Ibid., p. 97.

⁷ TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Pro-posições**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 60-72, 1993, p. 62.

⁸ Segundo Iglori (2010), o obstáculo epistemológico pode ser visto como meio de identificação de causas de dificuldades na aprendizagem da Matemática. A autora também cita Brousseau que caracteriza o obstáculo epistemológico “como um obstáculo à aprendizagem da Matemática constitutivo por um saber mal-adaptado, no sentido de Bachelard, e como ferramenta de análise para erros recorrentes e, portanto, não aleatórios cometidos por estudantes” (Iglori, 2010, p. 125-126).

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. In: MACHADO, S. D. A. et al. (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 125-126.

⁹ Conforme Caraça (1951, p. 97, **grifo do autor**), o conceito de número relativo é definido pela diferença ($a - b$) entre dois números (a e b) reais quaisquer, visto que, esses números podem ser “positivo, nulo ou negativo, conforme for $a > b$, $a = b$, $a < b$ ”.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Lisboa Editora, 1951.

unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica.¹⁰

Teixeira destaca o trabalho de Baldino por pressupor que os obstáculos enfrentados pelos alunos são semelhantes aos encontrados pelos pensadores matemáticos ao longo do tempo. No que se refere aos seis obstáculos epistemológicos apontados, Baldino ressalta que,

(...) os dois primeiros (manipular quantidades isoladas e dar sentido a quantidades negativas isoladas) foram rejeitados por Brousseau, que os entende como meras dificuldades. Os demais obstáculos: dificuldade em unificar a reta numérica, ambiguidade dos dois zeros, estagnação no estágio das operações concretas (confusão entre operadores multiplicativos e estados a que se aplicam) e a questão do modelo unificador (adição e multiplicação) são, portanto, uma das fontes das dificuldades e erros dos alunos.¹¹

Teixeira traz a construção do conceito de números inteiros como uma ampliação do conjunto dos números naturais que resulta em novos significados – orientação (origem) e deslocamentos em dois sentidos (positivo e negativo) – e esses resultados o caracterizam como conjunto. Em seu estudo, o autor destaca que

A integração dos negativos aos positivos resulta no sistema dos inteiros, e enquanto tal passa a ter um novo significado, porque não representam mais, como diz Skemp (1980), objetos contáveis, mas realidade reversíveis, ou seja, os números positivos e negativos enquanto tais (valor absoluto) são os mesmos, mas o que os caracteriza como inteiros é a posição que ocupam em relação ao ponto de origem, o que os torna relativos.¹²

Glaeser¹³ define o número inteiro como um operador com duplo sentido, pois esse

(...) representa uma quantidade escalonada e ao mesmo tempo é resultado de transformações que se dão em dois sentidos. Representados em uma reta numérica única, estes números podem ser interpretados não só como indicativos do valor numérico das

¹⁰ TEIXEIRA, op. cit., p. 62.

¹¹ BALDINO, R. R. **Metodologia de Jogos para os Números Inteiros**. Texto mimeografado, 1990.

¹² TEIXEIRA, op. cit., p. 63.

¹³ GLAESER, G. Epistemologia dos números relativos. Trad. Lauro Tinoco. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 17, p. 29-124, 1985.

posições, mas também como deslocamentos que transformam uma posição em outra.¹⁴

Ao se deparar com uma impossibilidade operacional que limita condições de resolução de um problema, Caraça vê a necessidade de se criar um novo campo numérico e, a partir das dificuldades encontradas, delimita o conceito de número relativo:

Sejam a e b dois números reais quaisquer: à diferença $a - b$ chamaremos número relativo, que diremos positivo, nulo ou negativo, conforme for $a > b$, $a = b$, $a < b$. Se for $a > b$ o número relativo (positivo) coincidirá com o resultado que, nos campos numéricos anteriores, aprendemos a determinar; se for $a < b$, o número relativo (negativo) tomar-se-á como igual à diferença $b - a$, precedida do sinal $-$ (menos).¹⁵

Esse novo campo numérico descrito por Caraça é mencionado por Teixeira como aspecto que traz dificuldades no ensino e na aprendizagem de números inteiros, uma vez que, a “(...) perturbação se instala quando a subtração ($a - b$) é aplicada a casos em que $b > a$, gerando um resultado até então inexistente e demonstrando assim o caso típico em que as formas (operações) geram um novo conteúdo”¹⁶. Segundo o autor, esse novo resultado, o qual implica em reconhecer a existência de uma nova classe de números, é denominado como números negativos. Com relação a esses números, o pesquisador salienta que sua existência “(...) está necessariamente ligada à sua relação com os positivos, e mergulhar nas propriedades deste novo campo numérico envolve diferenciações progressivas que vão permitindo que novas integrações entre os dois campos surjam”¹⁷

Ainda de acordo com Teixeira, a compreensão do que seja um número negativo surge a partir do momento em que o aluno avança paulatinamente, por meio de abstrações e generalizações, e

(...) descobre que se negativo é menor do que positivo, há um ponto de onde negativo e positivo se originam. Isso leva, por sua vez, à necessidade de nova ampliação, porque nos naturais a assimilação

¹⁴ TEIXEIRA, op. cit., p. 63-64.

¹⁵ CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa, 1951, p. 97, **grifos do autor**.

¹⁶ TEIXEIRA, op. cit., p. 62.

¹⁷ Ibid., p. 62-63.

do zero foi feita com base no significado de ausência de quantidade. Agora, é preciso ampliar este significado, ou seja, diferenciá-lo na concepção de zero origem¹⁸.

Existem quatro tipos de representações significativas para reconhecer os números negativos, sendo fundamentais para o ensino e a aprendizagem desses números:

(...) (a) a representação na reta numérica ou outros arranjos ordinais relativos à ordem dos inteiros (como... -3 -2 -1 0 1...) (b) uma representação de quantidade, que os alunos conhecem principalmente de números naturais (como por exemplo, "3 significa três pontos"), (b) a representação em um contexto do mundo real (por exemplo, temperaturas, dívidas e ativos), bem como (c) a representação simbólica (por exemplo, -6 ou "menos seis"). (Schindler; Hubman, 2013, p. 3¹⁹, **tradução nossa**²⁰)

Com relação às operações envolvendo os números negativos, Teixeira destaca que o conceito de adição precisa ser ampliado e não se limita apenas à ideia de acrescentar, ou seja, a adição passa a adquirir um novo significado – genérico, associação ou composição – que representa uma ruptura da ideia em operar com números naturais. O autor ressalta que

Na medida em que se abstrai das diferentes associações de números positivos e negativos, um invariante, expresso na idéia de operador aditivo que produz transformações de acordo com os elementos em jogo, é possível chegar às generalizações expressas nas regras da adição: sinais iguais somam-se e conservam-se os sinais; sinais diferentes ou opostos subtraem-se e conserva-se o sinal do de módulo maior²¹.

Teixeira²² delimita a construção do conceito de subtração como inversa à adição, de modo que "(...) em uma dada reunião ou associação de elemento ($a + b$

¹⁸ Ibid., p. 63.

¹⁹ SCHINDLER, Maike; HUBMANN, Stephan. About students' individual concepts of negative integer – in terms of the order relation. **Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)**, v. X, n. X, p. 1-10, fev. 2013, p. 3.

²⁰ (a) the representation on the number line or other ordinal arrangements regarding the order of integers (like ... -3 -2 -1 0 1 ...) (b) a quantity representation, which students mostly know from natural numbers (like e.g. "3 means three spots"), (b) the representation in a real-world context (e.g. temperatures, debts-and-assets) as well as (c) the symbolic representation (e.g. -6 or "minus six"). (Schindler; Hubman, 2013, p. 3)

²¹ TEIXEIRA, op. cit., p. 64.

²² Ibid., p. 64, **grifo do autor**.

= c), é possível chegar ao ponto de partida, (a), por exemplo, pela diferença ($c - b$), ou seja, pela operação inversa”. Acentua, ainda, que

Para operar com inteiros é fundamental que o esquema de assimilação para subtração esteja estruturado com base na abstração do invariante da inversão e não simplesmente no conceito de tirar. Subtrair inteiros significa trabalhar com operadores negativos, ou seja, números que operam transformações de oposição²³.

No que se refere à operação de multiplicação com números negativos, Teixeira destaca que um “(...) operador multiplicativo, no caso dos inteiros, indica número de vezes que um conjunto se repete, ao mesmo tempo em que produz transformações de aumento ou diminuição no resultado, dependendo dos sinais em jogo”²⁴. Nesse sentido, o autor ressalta a necessidade de compreender que há uma duplicidade de operações na multiplicação: “(...) as que multiplicam os conjuntos equivalentes, ao mesmo tempo em que há operações de transformação que se aplicam aos números, fazendo-os manter ou inverter sua posição na região a que pertenciam”²⁵.

O referencial teórico mostra que houve dificuldades no processo de construção da definição do conjunto de números inteiros, o que não difere da atualidade no que se refere à aprendizagem do conceito por parte dos estudantes. Tais dificuldades, que são manifestadas na forma de erros repetitivos e nas dificuldades em relação à compreensão de números inteiros, podem ser associadas aos seis obstáculos epistemológicos mencionados por Teixeira, os quais são semelhantes às dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao lidarem com esse novo conjunto numérico.

No que se refere à construção do conceito de números inteiros, é importante caracterizar o novo conjunto numérico a partir de resultados que se dão por meio da orientação e de deslocamentos na reta numérica, ou seja, a partir da posição em que se encontram os números positivos e negativos em relação ao ponto de origem. Como isso nem sempre é feito, as dificuldades no ensino de números

²³ Ibid., p. 64.

²⁴ Ibid., p. 65.

²⁵ Ibid., p. 65.

inteiros ganham volume quando os alunos passam a operar com a subtração, visto que, o resultado não é mais um número natural conhecido por eles, pois está diretamente associado em reconhecer a existência de números negativos. Para contribuir com o reconhecimento de números negativos, Schindler e Hubman trazem quatro tipos de representações significativas (ordenação na reta numérica, simbologia do sinal de menos, quantificação e contexto do cotidiano) para o processo de ensino e aprendizagem desses números.

Metodologia adotada

Este estudo se inscreve no campo dos estudos bibliográficos²⁶, uma vez que o pesquisador se coloca em contato direto com o que foi escrito – dissertações e teses – sobre o assunto – ensino de números inteiros. Tem caráter qualitativo²⁷, pois a fonte de dados é o ambiente natural (relatórios de pesquisa já produzidos) e observa-se que o pesquisador exerce um papel fundamental nesse processo, visto que, ele atua como principal instrumento de pesquisa, selecionando os dados considerados na análise.

Para constituir o *corpus* de análise, fizemos um primeiro levantamento no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior (CAPES). Usando na busca o termo “número inteiro” e delimitando o período de 2006 a 2017²⁸, identificamos 50 trabalhos dentre os quais selecionamos 11, a partir da leitura do título e do resumo de cada um. Com os mesmos critérios, recorremos à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e encontramos 238 estudos, dos quais 14 foram selecionados e, somados aos 11 identificados na primeira busca, totalizaram 25 trabalhos.

A partir da leitura e fichamento²⁹ dos 25 textos, procuramos verificar se cada pesquisa se enquadrava nos critérios de interesse, ou seja, (1) trata-se de

²⁶ MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

²⁷ BOGDAN, Robert. C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

²⁸ Esse período foi delimitado para compreender os dez anos anteriores à data de realização do estudo em tela.

²⁹ O fichamento foi feito tomando por referência o formulário utilizado em Fiorentini, Passos e Lima (2016).

investigação sobre o ensino de números inteiros e (2) teve etapa de produção de dados realizada em situações de ensino com discentes da Educação Básica. Identificamos 14 trabalhos com essas características que se constituíram no *corpus* de análise deste estudo.

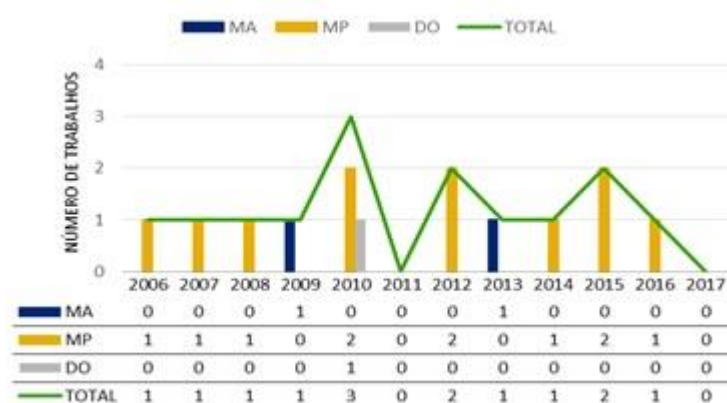
Para delimitar tendências das pesquisas sobre o ensino de números inteiros, fizemos uma análise quantitativa de aspectos identificadores da pesquisa, tais como: autor(a), título, ano, modalidade/nível (Mestrado Acadêmico – MA, Mestrado Profissional – MP ou Doutorado – D), objetivo, natureza da pesquisa, abordagem metodológica, o tipo de pesquisa quanto aos procedimentos, instrumento de produção de dados, resultados e se o(a) autor(a) era ou não professor(a) de Matemática da turma em que os dados foram produzidos.

Uma análise de cunho qualitativo foi realizada a partir dos textos completos das 13 dissertações e 1 (uma) tese. Considerando os objetivos de cada estudo e seus resultados, emergiram três categorias – ano escolar, recurso didático e dificuldades dos alunos –, segundo as quais as pesquisas foram organizadas. Para identificar o conhecimento sobre o ensino de números inteiros presente nos trabalhos, os resultados de cada pesquisa foram delimitados e analisados mediante interpretação. Essa interpretação buscou indicar similaridades e diferenças entre os resultados e desses com o referencial teórico adotado, como se pode ver na penúltima parte deste texto.

Tendências das pesquisas sobre o ensino de números inteiros

Os 14 estudos – duas dissertações de mestrado acadêmico (MA), 11 de mestrado profissional (MP) e uma tese de doutorado (D) – constituem o *corpus* de análise. No período considerado (2006 a 2017), houve pelo menos uma pesquisa empírica que se referisse ao ensino de números inteiros, exceto nos anos de 2011 e 2017, e predominaram os trabalhos realizados em mestrados profissionais (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Distribuição dos trabalhos no período considerado

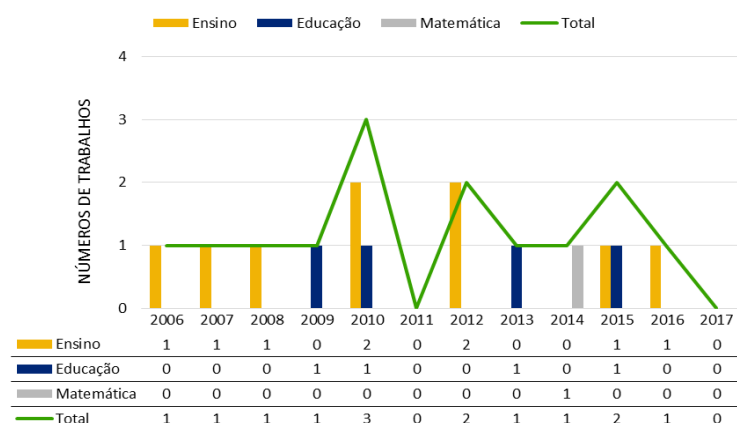


Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se mais estudos de natureza empírica nos mestrados profissionais que nos programas de pós-graduação em Educação: foram três dissertações e uma tese que abordam o ensino de números inteiros na Educação Básica nesses programas, em 12 anos. As pesquisas oriundas dos mestrados profissionais, ou seja, onze dissertações, representam pouco mais de 78% dos estudos analisados. Essa produção refletiu no número de trabalhos produzidos em programas vinculados à área de Ensino da BDTD (Gráfico 2). As 14 pesquisas foram desenvolvidas em dez programas de pós-graduação de oito instituições de Ensino Superior, dentre as quais o programa em Ensino de Matemática da PUC/SP concentra o maior número de trabalhos³⁰.

³⁰ Número de trabalhos por instituição: PUC/SP (4) – três dissertações em Ensino de Matemática e uma em Educação –, UNESP/Campus Presidente Prudente (1), UFC (2) – uma dissertação em Ensino de Ciências e Matemática e uma em Matemática –, UFSCar (2), UFRN (1), UNIVATES (2), UFSC (1), FURB (1), somando 14 pesquisas.

Gráfico 2 – Distribuição dos trabalhos de acordo com a área da BDTD



Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto à natureza da pesquisa, um estudo se caracteriza como bibliográfico/experimental³¹ e dois como experimentais. Predominaram as pesquisas de natureza empírica ou de campo, são 11 (79%). Resultado esperado, visto que buscamos trabalhos sobre o ensino de números inteiros realizados em sala de aula, ou seja, a coleta de dados é feita no local em que o fenômeno em estudo ocorre³². A abordagem metodológica mais utilizada foi a qualitativa³³, identificada em nove pesquisas analisadas (65%), e todas as 14 pesquisas foram do tipo etnográfico ou participante, ou seja, aquele em que o pesquisador frequenta os locais onde os fenômenos ocorrem naturalmente³⁴.

Em cinco trabalhos (36%), o pesquisador é o professor de Matemática da turma na qual o estudo foi realizado e em uma das investigações analisadas (7%) não foi possível identificar essa informação no texto. Assim, predominaram os trabalhos em que o pesquisador não é professor de Matemática da turma, o que ocorre em oito estudos.

Em suma, o *corpus* de análise evidenciou que a maioria das 14 pesquisas sobre o ensino de números inteiros é desenvolvida em programas de pós-

³¹ A pesquisa de Rodrigues (2009), denominada de natureza bibliográfico-laboratorial que, entretanto, ao lermos, entendemos que é empírica e, por conseguinte, não foi excluída do *corpus*.

³² BOGDAN; BIKLEN, op. cit.

³³ Ibid.

³⁴ FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

graduação da área de Ensino e no nível de mestrado profissional, representando nove pesquisas. Essa tendência reflete as características do mestrado profissional na área de Ensino, ou seja, pesquisa desenvolvida pelo professor no que se refere ao ensino. Apesar disso, a pesquisa da própria prática ainda é uma tendência incipiente nos estudos analisados, pois somente cinco autores realizaram a pesquisa com as turmas das quais era professor(a).

As pesquisas sobre o ensino de números inteiros e seus resultados

O processo analítico da produção considerada, feito a partir dos resultados que identificamos nos 14 estudos, fez emergir três categorias segundo as quais os estudos foram organizados: **ano escolar** (quando as pesquisas se desenvolvem em um ano escolar diferente do previsto nos documentos curriculares para o estudo do conteúdo de números inteiros), **recurso didático** (apresentam conclusões a partir de propostas de ensino fundamentadas em abordagens didáticas como meio para ensinar números inteiros) e **dificuldades dos alunos** (discutem sobre obstáculos para os alunos aprenderem números inteiros) (Quadro 2).

Quadro 1 – Pesquisas organizadas conforme categorias de análise

Ano escolar	Recurso didático	Dificuldades dos alunos
Todesco (2006); Rêgo (2014)	Gonçalves (2007); Soares (2008); Rodrigues (2009); Neves (2010); Liell (2012); Hillesheim (2013); Costa (2015); Ropelato (2016)	Rocha Neto (2010); Pontes (2010); Silva (2012); Souza (2015)

Fonte: Dados da pesquisa.

Em cada uma dessas categorias, buscamos identificar quais são as tendências presentes nos resultados e apontar como se relacionam com a literatura descrita no referencial teórico adotado sobre os números inteiros e seu ensino.

Estudos associados à categoria ano escolar

Em dois trabalhos³⁵ oriundos de mestrados profissionais, percebe-se um interesse dos autores em discutir quais seriam os efeitos de se ensinar números inteiros em anos da Educação Básica diferentes do sétimo ano do Ensino Fundamental, no qual o estudo desse conteúdo está previsto nos documentos curriculares.

A pesquisa de Todesco traz a possibilidade de ensinar sobre os números negativos ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visto que, os alunos da 3ª série participantes do estudo apresentaram uma significativa compreensão do conceito de números inteiros. Enquanto em Rêgo, o autor considera que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio deveriam ter um conhecimento prévio em relação aos números negativos, mas eles demonstraram dificuldades em assimilar as operações com os números inteiros. Tais dificuldades, nas palavras de Rêgo, estão associadas à qualificação dos professores que atuam no Ensino Fundamental.

Relacionando os resultados das duas pesquisas em que houve estudo sobre números inteiros em ano escolar diferente do previsto nos documentos curriculares em vigor³⁶, observamos que a pesquisa de Todesco traz resultados que contrastam com as orientações curriculares ao afirmar que é possível ensinar sobre números inteiros três anos antes do previsto na BNCC, pois os alunos compreenderam seu conceito ainda na 3ª série do Ensino Fundamental. Confirma o referencial teórico ao identificar (e superar) um dos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser e citado por Teixeira³⁷ – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por

³⁵ RÊGO, Francisco Rosiglei do. **As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais**. Fortaleza, 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

TODESCO, Humberto. **Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais**: re-aplicação da pesquisa de Passoni. São Paulo, 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.

³⁶ BRASIL. op. cit., 2007, p. 472.

³⁷ TEIXEIRA, op. cit., p. 62.

desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números”. O estudo também reitera o referencial teórico ao notar a presença de uma das representações significativas citadas por Schindler e Hußmann³⁸ – “(a) a representação na reta numérica ou outros arranjos ordinais relativos à ordem dos inteiros (como... -3 -2 -1 0 1...)” – para reconhecer o número negativo, sendo essas fundamentais para o ensino desse conteúdo.

Os resultados da dissertação de Rêgo diferenciam do exposto no referencial teórico quando a pesquisa constata que os alunos do 1º ano do Ensino Médio ainda apresentaram dificuldades no ensino sobre números inteiros três anos depois do previsto na BNCC. Contudo, as dificuldades em relação ao conteúdo persistiram, mesmo depois que esses estudantes fizeram as atividades para o ensino de números inteiros propostas no estudo. Ademais, observamos que os alunos participantes dessa pesquisa não superaram nenhum dos seis obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico.

Estudos associados à categoria recurso didático

Localizamos oito estudos relacionados a essa categoria, que engloba as pesquisas caracterizadas pelo uso de jogos, tecnologias digitais da informação e da comunicação (TIC) ou outras abordagens didáticas como meio para ensinar sobre números inteiros. Todos são dissertações de mestrado, sendo seis de mestrados profissionais.

Quatro³⁹ dissertações de mestrado se desenvolvem a partir do uso de jogos em sala de aula para ensinar números inteiros no ano escolar previsto nos

³⁸ SCHINDLER; HUßMANN, op. cit. p. 3.

³⁹ COSTA, Antonio Silva da. **Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros**. Lajeado, 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.
LIELL, Cláudio Cristiano. **Jogo roletando dos inteiros: uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental**. Lajeado, 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.
NEVES, Renato Silva. **O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2010.

documentos curriculares para o estudo desse conteúdo⁴⁰. Todas trazem a possibilidade do uso de jogos em sala de aula como um recurso didático que, segundo esses autores, contribui para a aprendizagem dos números inteiros. Soares, assim como os três outros estudos analisados, considera que o uso de jogos também facilita a compreensão dos alunos sobre as operações com os números inteiros. Além desse resultado, Neves⁴¹ ressalta que os alunos participantes tiveram a percepção de que a Matemática os auxilia nas atividades do cotidiano. Liell e Costa relatam que o uso de jogos desenvolve a autonomia dos estudantes. Esse último estudo revela ainda que tal recurso didático promove relações e inter-relações entre os participantes.

Sintetizando os resultados dessas quatro pesquisas, observamos que, para os autores, o uso de jogos como recurso didático proporcionou a compreensão dos alunos no que se refere aos números inteiros. Contrastando com o referencial teórico utilizado neste trabalho, no estudo de Soares, percebemos que, após realizar as atividades propostas, houve superação de um dos obstáculos epistemológicos – (3) dificuldade em unificar a reta numérica – descrito por Glaeser, levando os estudantes a representar esses números corretamente na reta numérica. Isso possibilitou uma compreensão dos alunos acerca das operações de adição e subtração envolvendo o número inteiro negativo. Liell afirma, que as atividades desenvolvidas a partir do uso de jogos permitiram verificar os erros dos alunos e como esses ocorreram. Contudo, como tais erros não foram descritos na pesquisa, não nos foi possível verificar como eles se relacionam, por exemplo, com as formas de manifestação dos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser e citados por Teixeira.

Neves e Costa consideram que o uso de jogos para ensinar sobre números inteiros auxiliou os alunos no desenvolvimento das atividades no cotidiano, de

SOARES, Pécio José. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros**: uma experiência de sucesso. São Paulo, 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.

⁴⁰ Os estudos de Liell (2012) e Neves (2010) foram realizados na sexta série, ano que corresponde atualmente ao sétimo ano. Costa (2015) e Soares (2008) citam o sétimo ano em seus estudos.

⁴¹ Embora esse estudo tenha sido realizado na quinta série e na sexta série, ele não foi associado a categoria **ano escolar** porque consideramos que o **recurso didático** utilizado (jogos) é o que caracteriza esse estudo quanto ao ensino de números inteiros.

modo a contribuir para o estudo sobre esses números, reforçando o argumento dos PCN em favor da pertinência de abordagens apoiadas no cotidiano dos estudantes. Esse mesmo documento curricular destaca que as atividades propostas para o ensino de números inteiros não devem se restringir apenas a situações do cotidiano, como ocorre nos dois estudos, pois essas não são suficientes para a compreensão desse conteúdo.

Duas dissertações⁴² abordam o uso das TIC para ensinar números inteiros. Ambos trazem como os alunos da 6ª série, que participaram das pesquisas, resolvem situações-problema com os números inteiros a partir do uso das TIC. Na pesquisa de Gonçalves, as dificuldades apresentadas pelos alunos estavam em relacionar os andares de um prédio com números inteiros e em resolver operações de adição e subtração com esses números. Enquanto em Rodrigues, a partir das situações-problema realizadas com um Objeto de Aprendizagem (OA), a autora relata que os alunos apresentaram uma ruptura com os aspectos estritamente simbólicos do conceito de números inteiros, com as situações do cotidiano isoladas e com a memorização de regras, além de demonstrarem ideias, conceitos, conhecimentos pré-existentes e criatividade. Ainda, nas palavras da autora, a atividade desenvolvida viabilizou que os participantes pensassem e operassem com os contrários.

Contrastando os resultados desses dois estudos com o referencial teórico utilizado neste trabalho observamos que, na pesquisa de Gonçalves, após realizar a atividade proposta, as dificuldades e erros dos alunos persistiram. Tais dificuldades e erros estão associados às operações de adição e subtração com números inteiros, bem como com o deslocamento e o posicionamento dos negativos na reta numérica em relação à origem, pois eles não representavam o sinal negativo associado aos andares do prédio na atividade proposta. Esse resultado denota a presença de um dos obstáculos epistemológicos associados

⁴² GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os números inteiro usando o programa aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental**. São Paulo, 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa. **A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. São Paulo, 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação.

aos inteiros – (3) dificuldade em unificar a reta numérica. No estudo de Rodrigues, os alunos reconhecem o número negativo em suas representações em algum contexto do mundo real (por exemplo, temperaturas, dívidas e ativos). Além disso, notamos que, ao final das atividades desenvolvidas, a tendência é de que os alunos compreenderam o conceito de números inteiros e suas operações. Tal tendência indica superação de um dos obstáculos descritos por Glaeser – “(5) dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal”⁴³ –, pois as atividades propostas levaram os estudantes a compreenderem o conceito de números inteiros e a operar com esses números de forma desprendida de regras de memorização. Assim, os resultados do estudo de Rodrigues corroboram as recomendações expressas nos PCN de que as atividades com base em situações do cotidiano não são suficientes para o ensino e compreensão de números inteiros.

Também identificamos dois estudos⁴⁴ que usam outras abordagens didáticas como recurso para ensinar sobre números inteiros: a partir da experiência do princípio de extensão ou de situações-problema.

A pesquisa de Hillesheim constata que, nas operações de adição e multiplicação de números inteiros, os alunos foram capazes de fazer generalizações a fim de estabelecerem uma regra para essas operações. Não obstante, ressalta que os alunos apresentaram dificuldades na subtração de números inteiros, pois a concepção de subtrair estava associada à ação de tirar. O estudo de Ropelato considera que a resolução de situações-problema leva os alunos a entenderem o conceito de números inteiros de modo a resgatar os conhecimentos prévios sobre os números naturais.

Contrastando os resultados das duas dissertações com o referencial teórico adotado observamos que, na pesquisa de Hillesheim, os alunos compreenderam o

⁴³ TEIXEIRA, op. cit., p. 62.

⁴⁴ HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. Florianópolis, 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

ROPELATO, Graziela. **Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema**. Blumenau, 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

conceito de adição, pois eles adquiriram um novo significado da adição, o qual não se limita a ideia de acrescentar⁴⁵. Além disso, os estudantes apresentaram uma ruptura da ideia de operar como se os inteiros fossem números naturais. Com relação à operação de multiplicação, os alunos compreenderam o conceito, visto que, há uma duplicidade dessas operações a partir do momento em que eles obtêm uma generalização das 'regras de sinais'⁴⁶. Entretanto, não compreenderam o conceito de subtração, pois os alunos têm a concepção de que operar a subtração está associado à ideia de tirar, ou seja, eles não relacionam os números negativos nessa operação com a inversa da adição. Diferentemente do estudo de Hillesheim, na dissertação de Ropelato, os alunos compreenderam o conceito das operações com números inteiros, uma vez que, já operam com esses números mobilizando seus conhecimentos prévios. Desse modo, notamos que os alunos reconhecem os números negativos e os obstáculos epistemológicos para a compreensão de números relativos descritos por Glaeser foram superados após a realização da atividade proposta.

Os oito estudos da categoria foram organizados conforme os três recursos didáticos – jogos, uso das TIC e outras abordagens didáticas – que identificamos. Em síntese e nas palavras dos autores, o uso de jogos em sala de aula contribui para a aprendizagem significativa e possibilita a compreensão dos alunos nas operações com os números inteiros. Ao utilizar as TIC, alguns alunos demonstraram conhecimento em relação aos números inteiros, entretanto, apresentaram dificuldades nas operações com esses números. Nos estudos que se desenvolvem a partir de situações-problema e do princípio de extensão, as autoras perceberam que os alunos participantes foram capazes de fazer generalizações no que se diz respeito às operações com os números inteiros, bem como as práticas com esses recursos didáticos em sala de aula desenvolveram a autonomia e a criatividade deles.

Contrastando esses resultados presentes nos oitos estudos com o referencial teórico, observamos que quase todas as pesquisas da categoria recurso

⁴⁵ TEIXEIRA, op. cit.

⁴⁶ Ibid.

didático denotam superação do mesmo obstáculo – (3) dificuldade em unificar a reta numérica – descrito por Glaeser em Teixeira. Portanto, esses resultados mostram que diferentes recursos didáticos – jogos, TIC e outras abordagens didáticas – podem contribuir para a superação de um mesmo obstáculo. A maioria dessas pesquisas estão de acordo com os PCN, ao mostrarem que somente as atividades desenvolvidas com base em situações do cotidiano dos alunos não são suficientes para a aprendizagem de números inteiros.

Estudos associados à categoria dificuldades dos alunos

Em quatro estudos⁴⁷ observamos um interesse dos autores em discutir sobre o ensino de números inteiros em relação às dificuldades dos alunos, categoria essa, que engloba os obstáculos, os conhecimentos prévios para resolver situações envolvendo um objeto matemático, as principais elaborações explicitadas e as causas dessas dificuldades apresentadas pelos estudantes.

A tese de Pontes⁴⁸ identifica que a ‘regra de sinais’ pode ser usada para facilitar a compreensão da unificação da reta numérica. A dissertação de Rocha Neto salienta que os alunos compreenderam as operações de adição e subtração de números inteiros, mas demonstraram dificuldades associadas em ordenar os números negativos na reta numérica, pois eles consideraram somente o valor absoluto. Silva ressalta que os alunos apresentaram dificuldades nas operações

⁴⁷ PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade**: a polêmica multiplicação de números inteiros. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

ROCHA NETO, Francisco Tavares da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. Fortaleza, 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

SILVA, Maristela Alves. **Elaborações de estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações**. São Carlos, 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

SOUZA, Flávio Cabral de. **Números inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

⁴⁸ O estudo de Pontes (2010) foi realizado com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, do primeiro ano do Ensino Médio e do Ensino Superior, mas consideramos que o foco foi a dificuldade dos estudantes, aspecto que neste estudo julgamos mais importante que o ano escolar em que se encontram os participantes.

com os números negativos e não compreenderam a unificação da reta numérica. Souza destaca que, a partir do objeto matemático, os alunos mobilizaram seus conhecimentos prévios de modo a contribuir para o ensino sobre números inteiros e superar obstáculos que eles enfrentaram durante o desenvolvimento das atividades propostas.

Relacionando os resultados dessas quatro pesquisas com o referencial teórico utilizado neste trabalho, observamos a presença de dois obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser – (3) dificuldade em unificar a reta; (4) ambigüidade dos dois zeros. Na tese de Pontes, as dificuldades relacionadas ao obstáculo epistemológico (3) são superadas a partir do momento em que os alunos compreendem os números relativos por meio das ‘regras de sinais’, sendo essa considerada pela autora como forma de facilitar a compreensão desse obstáculo. Esse resultado diverge do que está descrito no referencial teórico, na medida em que argumenta que a compreensão do que seja números inteiros se dá por meio de abstrações e generalizações e são desprendidas de regras. Diferentemente, a pesquisa de Rocha Neto menciona o obstáculo epistemológico (3) ao confirmar que as dificuldades e erros dos alunos estão associadas ao priorizar a ‘regra de sinais’ para ensinar sobre números inteiros sem dar ênfase ao conceito desse conteúdo. No estudo de Silva, notamos nos resultados a presença do obstáculo epistemológico (4), confirmando que os alunos não compreenderam o conceito de números negativos, visto que, não reconhecem a existência desses números e não os diferenciam da concepção de zero origem, mas assimilam a ideia dos números naturais em que o zero representa ausência de quantidade. Por fim, em Souza não foi possível relacionar os resultados da pesquisa com os obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico.

Considerações finais

Neste trabalho procuramos identificar e analisar o conhecimento produzido sobre o ensino de números inteiros em pesquisas realizadas em sala de aula, a partir de um estudo bibliográfico de cunho qualitativo que tomou como *corpus* de

análise 13 dissertações e uma tese defendidas em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação, Ensino e Matemática, no período de 2006 a 2017.

A maioria das pesquisas foram desenvolvidas em programas de pós-graduação da área de Ensino e no nível de mestrado profissional (nove pesquisas). Predominaram as pesquisas de natureza empírica ou de campo (79%), o que ocorre devido aos critérios de busca por estudos que se experimentavam na prática em sala de aula envolvendo o professor de Matemática. A maioria dos trabalhos se orientam pelo paradigma qualitativo (65%) e todos são do tipo etnográfica ou participante.

Os estudos empíricos sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica ainda são em reduzido número: 14 pesquisas em 12 anos. Parte dessa produção foi impulsionada pelos mestrados profissionais que estimulam o desenvolvimento de atividades e capacitam os professores no âmbito de sua própria prática, contribuindo tanto para o desenvolvimento da pesquisa sobre a prática em sala de aula quanto para a melhoria das condições de ensino. Contudo, prevalecem os trabalhos em que o pesquisador não é o professor de Matemática (57%) da turma na qual o estudo foi realizado. Assim, a pesquisa da própria prática ainda se mostra como tendência incipiente nos estudos sobre o ensino de números inteiros, ao menos no período considerado.

Buscando representar um panorama configurado por essas 14 pesquisas empíricas, os estudos foram organizados em três categorias: **ano escolar, recurso didático e dificuldades dos alunos**. Desses, um pouco mais da metade (oito estudos) foram realizados a partir de propostas de ensino fundamentadas em recursos didáticos, ou seja, os trabalhos tratam de diferentes recursos, tais como jogos, tecnologias digitais de informação e comunicação (TIC) e outras abordagens didáticas como meio para ensinar sobre esse conteúdo. As pesquisas que pertenceram a categoria sobre as dificuldades dos alunos somam quatro (29%). Dois trabalhos (14%) se desenvolvem em um ano escolar diferente do previsto nos documentos curriculares vigentes.

Nos trabalhos da categoria **ano escolar**, identificamos um interesse dos autores em discutir quais seriam os efeitos de ensinar sobre números inteiros em anos da Educação Básica diferentes do sétimo ano do Ensino Fundamental. Nas duas pesquisas associadas a essa categoria, Todesco trouxe a possibilidade de ensinar sobre números inteiros três anos antes do previsto nos documentos curriculares e Rêgo constatou que os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, três anos depois do previsto para o estudo do conteúdo, apresentaram dificuldades. Os resultados do estudo de Todesco confirmam o referencial teórico ao denotar a presença de um dos obstáculos epistemológicos descrito por Glaeser – (3) dificuldade em unificar a reta numérica –, que foi superado pelos alunos da 3ª série do Ensino Fundamental que participaram do estudo. Com isso, mostrou que é possível ensinar sobre números inteiros ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental de modo que obstáculos epistemológicos sejam superados. Resultado diferente se observa na dissertação de Rêgo, em que os alunos não superaram nenhum dos obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico deste texto.

Os oito estudos associados à categoria **recurso didático** foram subdivididos em outros três grupos, conforme os recursos usados para ensinar números inteiros: jogos, TIC ou outras abordagens didáticas. Quase todas as pesquisas dessa categoria denotaram superação do mesmo obstáculo epistemológico mencionado por Glaeser – (3) dificuldade em unificar a reta numérica. Em duas pesquisas⁴⁹ constatamos a presença de outros obstáculos também defendidos por Glaeser, que foram superados após o desenvolvimento das atividades propostas. Na pesquisa de Liell, não nos foi possível identificar como os resultados se relacionam com o referencial teórico, pois as dificuldades e os erros dos alunos participantes não foram descritos pelo autor no estudo. Em três trabalhos⁵⁰ dessa categoria, os resultados corroboram com os PCN ao ressaltarem que as atividades desenvolvidas para o ensino de números inteiros com base em situações do cotidiano não são suficientes para a compreensão desse conteúdo. Ao analisar

⁴⁹ Rodrigues (2009); Ropelato (2016).

⁵⁰ Costa (2015); Neves (2010); Rodrigues (2009).

esses oito estudos, concluímos que diferentes **recursos didáticos** podem contribuir para a superação de um mesmo obstáculo – dificuldade em unificar a reta numérica.

A categoria **dificuldades dos alunos** englobou quatro trabalhos sobre os obstáculos didáticos, os conhecimentos prévios para resolver situações envolvendo um objeto matemático, as principais elaborações explicitadas e as causas dessas dificuldades apresentadas pelos alunos sobre o ensino de números inteiros. Identificamos a presença de dois obstáculos apresentados por Glaeser em três trabalhos⁵¹, sendo que dois⁵² denotam a presença do mesmo obstáculo – (3) dificuldade em unificar a reta numérica. No estudo de Souza não foi possível relacionar os resultados apresentados pelo autor com os obstáculos presentes no nosso referencial teórico.

Dentre as 14 pesquisas analisadas, observamos a mesma tendência em oito⁵³: a presença de dificuldades dos estudantes que podem ser associadas aos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser. Seis desses estudos⁵⁴ identificam dificuldades associadas ao mesmo o obstáculo epistemológico – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números”⁵⁵. Outro aspecto que merece destaque é que os resultados de alguns estudos⁵⁶ apontam que as atividades propostas para o ensino de números inteiros não devem se limitar a situações do cotidiano, pois essas não são suficientes para a compreender o conteúdo, como indicam os PCN.

Com este estudo, podemos afirmar que o conhecimento produzido sobre o ensino de números inteiros em pesquisas realizadas em sala de aula, no período

⁵¹ Pontes (2010); Rocha Neto (2010); Silva (2012).

⁵² Pontes (2010); Rocha Neto (2010).

⁵³ Gonçalves (2007); Pontes (2010); Rocha Neto (2010); Rodrigues (2009); Ropelato (2016); Todesco (2006); Silva (2012) e Soares (2008).

⁵⁴ Gonçalves (2007); Pontes (2010); Rocha Neto (2010); Ropelato (2016); Todesco (2006) e Soares (2008).

⁵⁵ TEIXEIRA, op. cit., p. 62.

⁵⁶ Costa (2015); Neves (2010); Pontes (2010); Rodrigues (2009) e Todesco (2006).

de 2006 a 2017, não trata do conceito de número negativo, tendo direcionado as atividades para o uso de regras a fim de localizar os números inteiros na reta numérica e de operar com esses números. Houve pouca ênfase no conceito de número inteiro e de número negativo. Essas lacunas podem ser contempladas em estudos posteriores, que abordem o ensino de números inteiros para além das regras e das situações vinculadas a algum contexto, contemplando os conceitos e um nível de formalização do conjunto dos números inteiros adequado aos conhecimentos dos estudantes.

Referências

BOGDAN, Robert. C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Portaria Normativa/MEC n.º 17, de 28 de dezembro de 2009. **Diário Oficial da União**, Brasília, p. 20-21, 29 dez. 2009. Seção 1. Disponível em: <http://cad.capes.gov.br/ato-administrativo-detallar?idAtoAdmElastic=753>. Acesso em: 08 out. 2020.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular: educação é a base**. Brasília: MEC 2017, p. 472.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998, p. 152.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa, 1931.

COSTA, Antonio Silva da. **Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações**

dos números inteiros. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2015.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática:** período 2001 – 2012. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

FIORENTINI, Dario.; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os números inteiro usando o programa aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula:** perspectivas de ensino para a regra de sinais. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. *In:* MACHADO, S. D. A. *et al.* (org.). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 125-126.

LIELL, Cláudio Cristiano. **Jogo roletrando dos inteiros:** uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

NEVES, Renato Silva. **O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2010.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

RÊGO, Francisco Rosiglei do. **As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

ROCHA NETO, Francisco Tavares da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa. **A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2009.

ROPELATO, Graziela. **Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2016.

SCHINDLER, Maike; HUßMANN, Stephan. About students' individual concepts of negative integer – in terms of the order relation. **Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)**, local, v. X, n. X, p. 10, fev. 2013. Disponível em: http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG2/WG2_Schindler.pdf. Acesso em: 14 jun. 2021.

SILVA, Maristela Alves. **Elaborações de estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

SOARES, Pércio José. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOUZA, Flávio Cabral de. **Números inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades**. In: Pro-posições, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 60-72, 1993.

TODESCO, Humberto. **Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais:** re-aplicação da pesquisa de Passoni. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

Recebido em: 16/01/2024

Aprovado em: 24/02/2024