

HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN SECUNDARIA CHILENA

Sofía González-Díaz¹
Danilo Díaz-Levicoy²
Audy Salcedo³

RESUMEN: Esta investigación busca caracterizar los elementos de historia de la estadística y la probabilidad presentes en los libros de texto de Matemática en la Educación Secundaria chilena. Para ello se emplea una metodología cualitativa, mediante un análisis de contenido en 11 libros de texto editados conforme al currículo vigente. El análisis se realiza considerando categorías como la vinculación de los elementos históricos con los contenidos, su tipo y ubicación, así como la temporalidad. Los resultados evidencian un uso mayoritariamente anecdótico y poco articulado de elementos históricos. Los hallazgos del estudio permiten proyectar líneas de trabajo orientadas a ampliar, diversificar y contextualizar la presencia de la historia en la enseñanza de la estadística y la probabilidad en libros de texto.

PALABRAS CLAVE: estadística, probabilidad, libros de texto, historia de la matemática, educación secundaria.

HISTORY OF STATISTICS AND PROBABILITY IN CHILEAN SECONDARY EDUCATION MATHEMATICS TEXTBOOKS

SUMMARY: This research aims to characterize elements related to the history of statistics and probability found in secondary education mathematics textbooks. To this end, a qualitative methodology is employed, through content analysis of 11 textbooks published in accordance with the current curriculum. This analysis is made considering categories such as the correlation between the historical elements and the contents, type and location, as well as temporality. The results evidence a predominantly anecdotal and poorly integrated use of the historical elements. The findings of the study make it possible to propose lines of inquiry aimed at expanding, diversifying, and contextualizing the role of historical elements in the teaching of statistics and probability in textbooks.

KEY WORDS: statistics, probability, textbooks, history of mathematics, secondary education.

¹ Profesora de Matemática y Computación (Universidad Católica del Maule, Chile), Magíster en Didáctica de la Matemática, Mención Enseñanza de la Matemática en Educación Media (Universidad Católica del Maule, Chile). Facilitadora académica en preparación enseñanza media (PEM) del Programa de Acceso a la Educación Superior (PACE) de la Universidad de Talca (Chile). E-mail: sofi.gonz23@gmail.com.

² Profesor de Educación Media en Matemática y Computación (Universidad de Los Lagos, Chile), Máster Universitario en Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada, España), Doctor en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España). Actualmente es Profesor Auxiliar en el Departamento de Matemática, Física y Estadística de la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Católica del Maule (Chile), miembro del Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística (CIEMAE) de la misma universidad, así como colaborador el Grupo de Investigación sobre Educación Estadística de la Universidad de Granada. Imparte docencia en la carrera de Pedagogía en Matemática y en los programas de Magister y Doctorado en Didáctica de la Matemática de la Universidad Católica del Maule. Además, es director de la Revista de Educación Estadística, editada desde la Universidad Católica del Maule. E-mail: ddiazl@ucm.cl.

³ Licenciado en Educación Mención Matemática (Universidad Central de Venezuela, Venezuela), Magister en Educación, mención Enseñanza de la Matemática (Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela), Doctor en Educación (Universidad Central de Venezuela, Venezuela). Actualmente Profesor de la Carrera de Pedagogía en Educación Parvularia, Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Chile. E-mail: audy.salcedo@uautonoma.cl.

Introducción

La estadística y la probabilidad actualmente desempeñan un papel fundamental en diferentes disciplinas⁴. Silver⁵ menciona que estas son fundamentales para comprender la información de diversos campos, potenciando el análisis de datos complejos, el reconocimiento de patrones y la toma de decisiones informadas. Asimismo, su importancia en la sociedad actual radica en la capacidad que ofrecen para interpretar fenómenos inciertos de la vida cotidiana, lo que convierte al sentido estadístico (entendido como la integración del razonamiento y la cultura estadística) en una herramienta esencial para analizar información y sustentar decisiones en distintos contextos sociales⁶. Silver⁷ subraya la importancia de la probabilidad para mejorar la precisión de las predicciones, especialmente en campos como la inteligencia artificial y la economía conductual. En esta última, ayuda a explicar cómo las personas toman decisiones en situaciones de incertidumbre, tema abordado por Tversky y Kahneman⁸ a través de su teoría sobre las heurísticas y los sesgos. Por su parte, Hand⁹ explica que la estadística tiene un impacto generalizado en la vida moderna, dado que influyen en numerosos aspectos, desde la formulación de políticas gubernamentales hasta el desarrollo de nuevos medicamentos. Asimismo, este autor menciona que, a menudo, el papel de la estadística no es evidente, dado que está integrado en sistemas como los biométricos, el control de máquinas complejas, la planificación del transporte y la detección de delitos, entre otros.

También se puede señalar, que, en el área de la salud, la estadística es fundamental para el análisis de epidemias y la planificación de respuestas efectivas.

⁴ MOLINA-PORTILLO, Elena; CONTRERAS, José Miguel; GODINO, Juan; RUZ, Felipe. Statistical literacy in the information society. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, Madrid, v. 35, n. 2, p. 148-169, jul. 2019.

⁵ SILVER, Nate. *The signal and the noise: why so many predictions fail but some don't*. 1ª. ed. New York: Penguin Press, 2012.

⁶ BATANERO, Carmen; GARZÓN-GUERRERO, José; VALENZUELA-RUIZ, Silvia. Sentido gráfico y su importancia en la comprensión de la información sobre la COVID. *Paradigma*, Maracay, v. 62, n. 1, p. 206-224, jun. 2021.

⁷ SILVER. Op. Cit.

⁸ TVERSKY, Amos; KAHNEMAN, Daniel. Judgment under uncertainty: heuristics and biases. *Science*, Washington, v. 185, n. 4157, p. 1124-1131, sep. 1974.

⁹ HAND, David J. *Statistics: A very short introduction*. 1ra. ed. Oxford: Oxford University Press, 2008.

Según Binns¹⁰, comprender la epidemiología de un brote es fundamental para contenerlo, prevenirlo y tratar a los afectados. Modelos estadísticos, como los utilizados para evaluar las tasas de reproducción y letalidad, permiten predecir la propagación del virus y medir la efectividad de las intervenciones. Así, estos análisis fueron esenciales durante la pandemia de COVID-19 para tomar decisiones basadas en datos.

Debido al importante rol que ocupa la estadística y la probabilidad en la sociedad, se han incorporado al currículo educativo de distintos países desde los primeros años escolares. En Chile, estas disciplinas se integran desde la Educación Primaria en el currículo de matemática, permitiendo a los estudiantes desarrollar progresivamente competencias en el análisis de datos y el manejo de la incertidumbre¹¹. A lo largo de la Educación Secundaria, el currículo contempla el eje de estadística y probabilidad, cuyos conocimientos se profundizan, fomentando la aplicación de estos conceptos para resolver problemas reales y modelar fenómenos en diversas áreas del conocimiento y de la vida cotidiana¹². La inclusión de este eje en toda la escolaridad responde a la necesidad de que los estudiantes aprendan a hacer inferencias fundamentadas en evidencia cuantitativa, obtener información a partir de datos estadísticos y desarrollar una capacidad crítica que les permita utilizar dicha información para validar sus opiniones y decisiones¹³.

En el contexto escolar, los libros de texto son esenciales para organizar el contenido curricular, dado que son un apoyo para que los temas se cubran de manera secuencial y lógica. Por ejemplo, de acuerdo con Jiang y Li¹⁴, los estudiantes de Educación Secundaria dependen en gran medida de los libros de texto para comprender los conocimientos básicos y desarrollar habilidades matemáticas, además que permite regular su propio aprendizaje. De este modo, tal

¹⁰ BINNS, Colin; LOW, Wah Yun; KYUNG, Lee Mi. The COVID-19 pandemic: public health and epidemiology. *Asia Pacific Journal of Public Health*, Thousand Oaks, v. 32, n. 4, p. 140-144, may. 2020.

¹¹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. *Bases curriculares Primero a Sexto Básico*. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2018.

¹² MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. *Bases curriculares 3° a 4° Medio*. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2019.

¹³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. *Bases curriculares 7° a 2° Medio*. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2016.

¹⁴ JIANG, Tianzhuo; LI, Shuwen. Secondary school students use and perceptions of textbooks in mathematics learning: A large-scale investigation in China. *Frontiers in Psychology*, Lausanne, v. 14, p. 1-13, mar. 2023.

como mencionan Fernández y Caballero¹⁵, este recurso pedagógico permite a los estudiantes acceder de manera autónoma a la información necesaria para sus estudios, siendo especialmente útil para aquellos que necesitan revisar conceptos fuera del aula o recuperar clases perdidas. También señalan estos autores¹⁶ que este recurso está diseñado para organizar y estructurar el contenido curricular de manera sistemática, proporcionando un marco coherente que facilita la enseñanza y el aprendizaje de diversas materias, incluyendo matemática y estadística.

En Chile, el libro de texto escolar ha sido considerado una herramienta de equidad y enriquecimiento cultural para las familias más vulnerables¹⁷. En el caso particular de la matemática, este recurso ha desempeñado un papel primordial en la educación a lo largo del último siglo, evolucionando para adaptarse a los cambios sociales y tecnológicos¹⁸. En este sentido, Vidal¹⁹ divide la evolución de los libros de texto en cuatro etapas. La etapa antigua (1910-1965), enfocada en aritmética, álgebra y geometría, con textos detallados para cada materia. La etapa de transición (1965-1980), que introdujo la matemática avanzada, como la teoría de conjuntos y el álgebra lineal, influenciada por la Reforma de las Matemáticas Modernas. En los años 80 y 90, los textos se estandarizaron y mejoraron en accesibilidad gracias a la Reforma Educacional de 1981. Finalmente, la etapa de consolidación (2000-2010), aseguró la distribución gratuita de libros a estudiantes de educación subvencionada para mejorar la calidad y equidad educativa. En la actualidad, el libro de texto de matemática en Chile es un instrumento fundamental para la educación, ofreciendo estructura y contenido que orientan tanto a estudiantes como a profesores²⁰. Sin embargo, el autor²¹, destaca la necesidad de una línea de investigación enfocada en el análisis del contenido de estos libros para mejorar su eficacia en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Por su parte, aunque las bases curriculares no mencionan explícitamente la

¹⁵ FERNÁNDEZ, María; CABALLERO, Presentación. El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, Zaragoza, v. 20, n. 1, p. 201-217, ene. 2017.

¹⁶ FERNÁNDEZ; CABALLERO. Op. Cit.

¹⁷ MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *Política de Textos Escolares*. 1ra. ed. Santiago: Gobierno de Chile, 2008.

¹⁸ VIDAL, Roberto. El libro de texto de matemáticas en Chile en el último siglo 1910-2010. *Cuadernos de Educación*, Santiago, n. 27, p. 1-21, ago. 2010.

¹⁹ VIDAL. Op. Cit.

²⁰ VIDAL. Op. Cit.

²¹ VIDAL. Op. Cit.

inclusión de la historia de la matemática en la enseñanza, tanto los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Primaria y Secundaria²², como los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía²³, enfatizan la importancia de una comprensión profunda y contextualizada de las disciplinas. Esta orientación puede interpretarse como una exhortación a incorporar una comprensión de la matemática en su contexto histórico.

En esta línea, tanto docentes de Educación Secundaria como académicos del ámbito universitario coinciden en que la incorporación de la historia de la matemática en la enseñanza constituye una estrategia valiosa, ya que favorece la generación de oportunidades de aprendizaje para los estudiantes y, al mismo tiempo, potencia el desarrollo profesional del profesorado²⁴.

Por otro lado, Lupiáñez²⁵ menciona que, para muchos estudiantes de Matemática, los conceptos que se le enseñan carecen de una perspectiva histórica. Esto se debe a que, en la enseñanza, rara vez se muestra el proceso de desarrollo de la matemática o se abordan problemas históricos. Esta ausencia, según este autor²⁶, contribuye a la percepción de que la matemática son una serie de hechos aislados y sin contexto. Si bien, los libros de texto incluyen notas históricas sobre los temas tratados, la falta de formación adecuada de los docentes sobre cómo utilizar estos recursos impide que se aprovechen efectivamente. Al respecto, García²⁷ argumenta que, aunque los profesores consideran importante el uso de la historia de la matemática, a menudo no saben cómo utilizarla debido a la falta de conocimiento sobre el tema. En consonancia con lo anterior, Chorlay et al.²⁸ mencionan que, en el contexto de la Educación Matemática, en las últimas

²² MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la Educación Básica y Media: actualización 2009*. 1ra. ed. Santiago: MINEDUC, 2009.

²³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. *Estándares orientadores para carreras de pedagogía: estándares pedagógicos y disciplinarios*. 1ra. ed. Santiago: CPEIP, 2021.

²⁴ GENÇKAYA, Şeyda; TAN-ŞİŞMAN, Gülsün. The use of the history of mathematics in teaching-learning process: the perspectives of faculty members and teachers. *Psycho-Educational Research Reviews*, Londres, v. 10, n. 2, p. 241-257, ago. 2021.

²⁵ LUPIÁÑEZ, José Luis. Reflexiones didácticas sobre la historia de la matemática. *SUMA*, Zaragoza, n. 40, p. 59-63, jun. 2002.

²⁶ LUPIÁÑEZ. Op. Cit.

²⁷ GARCÍA, Fabiano. *A participação da história da matemática no ensino da matemática: a visão dos professores das séries finais do ensino fundamental de Itabirito*. Ouro Preto, 2005. Monografía (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto.

²⁸ CHORLAY, Renaud; CLARK, Kathleen; TZANAKIS, Constantinos. History of mathematics in mathematics education: recent developments in the field. *ZDM – Mathematics Education*, Berlin, v. 54, p. 1407-1420, nov. 2022.

décadas, la exploración de la relevancia y el significado de la historia de la matemática se ha consolidado como un campo interdisciplinario de investigación y práctica educativa.

Con respecto a la importancia de la historia de la estadística y la probabilidad para su enseñanza, Oliveira Júnior et al.²⁹ argumentan que conocer el origen y la evolución de los conceptos estadísticos puede hacer el aprendizaje más atractivo para los estudiantes. Entender el contexto histórico ayuda a los estudiantes a apreciar la relevancia de la estadística en la sociedad actual. Estos autores, basados en Baroni y Nobre³⁰, afirman que partir del desarrollo histórico de los conceptos matemáticos, en lugar de enseñar solo la practicidad de los contenidos, puede invertir en la fundamentación de ellos, y que su estudio se ha convertido en un importante componente en la Educación Matemática. En esta línea, Alvarado y Retamal³¹ subrayan que, por ejemplo, en la enseñanza del Teorema Central del Límite, el abordar su evolución histórica facilita la comprensión de las dificultades epistemológicas que enfrentan los estudiantes y permite una mejor contextualización de los conceptos estadísticos involucrados. Finalmente, Oliveira Júnior et al.³² sostienen que la historia de la estadística debe enseñarse no solo en términos de su origen, sino también de su evolución y desarrollo en respuesta a diversas necesidades emergentes. Esto permite a los estudiantes comprender que la estadística no es una disciplina que se estableció de inmediato y que sigue en evolución.

En los últimos años, diversas investigaciones han evidenciado que la inclusión de la historia de la matemática en los libros de texto puede enriquecer la enseñanza, proporcionando un marco contextual que favorece la comprensión

²⁹ DE OLIVEIRA, Ailton.; DA SILVA, Beatriz; RODRIGUES, Oraide; CONCEIÇÃO, Vanderleia. La historia de la estadística en el caso de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en la escuela secundaria. En: ENCUENTRO SOBRE DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA, LA PROBABILIDAD Y EL ANÁLISIS DE DATOS, n. 4., Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2014. p. 1-13.

³⁰ BARONI, Rosa; NOBRE, Sérgio. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. En: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136.

³¹ ALVARADO, Hugo; RETAMAL, Lidia. La aproximación binomial por la normal: una experiencia de reflexión sobre la práctica. *Paradigma*, Maracay, v. 31, n. 2, p. 89-108, dic. 2010.

³² Oliveira Júnior et al. Op. Cit.

conceptual^{33, 34, 35}. No obstante, también se ha documentado que estos elementos históricos, cuando están presentes, suelen tener un carácter superficial, anecdótico o biográfico, con escasa vinculación didáctica^{36,37}. Esta situación se replica en los escasos estudios identificados sobre el contexto chileno, donde la literatura muestra una falta de análisis específico sobre la historia de la estadística y la probabilidad en los libros de texto de matemática a pesar del rol central que tienen estos materiales en la enseñanza. Esta brecha en el conocimiento justifica la necesidad de investigar cómo se integran o no estos componentes en los libros de texto utilizados actualmente en la Educación Secundaria.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, este trabajo busca caracterizar la presencia de la historia de la estadística y la probabilidad en libros de texto de Matemática en la Educación Secundaria chilena.

Antecedentes

En los últimos años, diversos estudios han centrado su interés en el análisis de aspectos históricos para la enseñanza de la matemática que se proponen en los libros de texto, así como en análisis de textos históricos. En lo que sigue, se describen algunos estudios relacionados con esta temática. Por ejemplo, tanto Cortés-Campos et al.³⁸ como Castro et al.³⁹ estudiaron cómo ha evolucionado el uso

³³ARTEAGA, Anney; ARTEAGA, Eloy; DUARDO, Carlos. La historia de la matemática en los libros de texto de matemática en la escuela media cubana. *Conrado*, Cienfuegos, v. 19, n. 95, p. 435-444, nov. 2023.

³⁴ CASTRO, Leonel; CORTÉS, Patricia; GUZMÁN, Roberto; LEZCANO, Noemí; MORA, Grettel; ROSALES, Natalia; PICADO, Miguel. Historia y conceptos matemáticos en libros de texto de matemáticas para la educación secundaria en Costa Rica (1949-2012). En: ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, 29., México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2016, p. 64-73.

³⁵ MADRID, María J.; MAZ-MACHADO, Alexander; LEÓN-MANTERO, Carmen; LÓPEZ-ESTEBAN, Carmen. *La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO*. En: INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 22., Gijón. Actas del Congreso de la SEIEM. Gijón: SEIEM, 2018. p. 310-319.

³⁶ DENBEL, Dejene Girma. History of mathematics (HM) in secondary school mathematics textbook. *Cogent Education*, London, v. 10, n. 2, p. 2228988, jul. 2023.

³⁷ ERDOĞAN, Abdülkadir; EŞMEN, Emine; FINDIK, Selim. Ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihinin yeri: ekolojik bir analiz. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, Estambul, n. 42, p. 239-259, jun. 2015.

³⁸ CORTÉS, Patricia; LEZCANO, Noemí; MORA, Grettel; PICADO, Miguel. La historia de la matemática en libros de texto para el tercer ciclo de la Educación General Básica en Costa Rica durante 1949-2012. En: SCOTT, Patrick (Rick); RUÍZ, Ángel (Orgs.). *Educación Matemática en las Américas 2015*. Volumen 12: Historia y Epistemología. República Dominicana: CIAEM, 2015. p. 85–96.

³⁹ CASTRO et al. Op. Cit.

de la historia de la matemática en los libros de texto en Costa Rica, al analizar el tercer ciclo de la Educación General Básica (Enseñanza Primaria) y la Educación Secundaria, respectivamente. Los estudios identifican cuatro etapas históricas, desde 1949 hasta 2012. Cortés-Campos et al.⁴⁰ señalan la ausencia inicial de aspectos históricos en Educación Primaria y destacan la incorporación progresiva de estos elementos en áreas como aritmética y geometría, específicamente en conceptos clave como números primos, razones y proporciones, triángulos rectángulos y sistemas de medición. Castro et al.⁴¹ examinan 20 libros y encuentran que los conceptos matemáticos vinculados a la historia han aumentado su presencia, especialmente tras la reforma curricular de 2012, usando principalmente la representación verbal para introducir estos conceptos. Ambos estudios concluyen que integrar la historia de la matemática en los libros de texto enriquece el aprendizaje y proporciona un contexto histórico que genera un impacto en la comprensión de los conceptos abordados.

Madrid et al.⁴² examinan la inclusión de elementos históricos en los textos de primero y segundo de Educación Secundaria Obligatoria de España. Se encontraron menciones a la historia de la matemática en 6 de los 13 temas del primer curso y en 10 de los 15 temas del segundo curso. Estas menciones específicas abarcan los números naturales, donde se presentan sistemas de numeración antiguos (egipcio, romano y decimal) y la historia del signo igual. En álgebra, con una imagen y comentario de Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi, en geometría, con menciones a Euclides, una imagen y comentario sobre Pitágoras; y en el teorema de Pitágoras, también con una imagen, acompañado breve comentario sobre el autor. Además, se incluyen ejercicios de investigación sobre matemáticos como Gauss, Euclides y Pitágoras, y de contenidos como la función normal o campana de Gauss, así como una explicación complementaria sobre la historia del uso del signo igual en la ordenación de números naturales. También se menciona el papiro de Rhind, con preguntas sobre sus ecuaciones, y ejercicios que involucran la representación y ordenación de números enteros, con fechas de nacimiento de matemáticos históricos como Ada Lovelace, Arquímedes de

⁴⁰ CORTÉS et al. Op. Cit.

⁴¹ CASTRO et al. Op. Cit.

⁴² MADRID et al. Op. Cit.

Siracusa y Leonardo de Fibonacci. El estudio concluye que la historia de la matemática tiene una presencia limitada en estos libros de texto, sugiriendo que su aplicación depende del interés del profesorado y recomiendan analizar otros libros y cursos para obtener una visión completa.

Arteaga-Villavicencio et al.⁴³ analizan la inclusión de contenidos históricos en los libros de texto de matemática en Cuba desde los años 40 hasta la actualidad. Se analizaron libros de Educación Media, específicamente de 7º a 12º grado (12 a 17 años). Los resultados muestran que, hasta la década de 1960, los contenidos históricos aparecían eventualmente. Con la creación de la Editorial Pueblo y Educación, en 1971, los libros comenzaron a adaptarse de textos extranjeros y se incorporan algunos contenidos históricos. Asimismo, señala que desde 1987, se integran breves reseñas históricas sobre el surgimiento del álgebra, trigonometría y geometría. Luego destaca que, a partir de 2013, los libros de 7º y 10º grado muestran una mayor inclusión de contenidos históricos. Sin embargo, concluye que la inclusión de la historia de la matemática sigue siendo limitada, principalmente circunscrita a datos biográficos y el origen de algunos conocimientos, sin incorporar ejercicios históricos o métodos antiguos que podrían enriquecer el aprendizaje y motivar a los estudiantes.

Erdoğan et al.⁴⁴ investigaron la inclusión de elementos históricos en los libros de texto de matemática de Educación Secundaria en Turquía. Se analizaron siete libros de los grados 5º, 6º, 7º y 8º, encontrando 27 elementos históricos, mayoritariamente en el dominio (o eje) de números. Se observó que solo dos de esos elementos estaban relacionados con el campo del aprendizaje de probabilidad y estadística. Los resultados mostraron que la historia se emplea principalmente para motivar a los estudiantes, con una menor cantidad destinada a la comprensión y análisis de los contenidos. Se observó que la distribución de estos elementos no es uniforme ni adecuada y presenta inconsistencias en su integración con el contenido general del libro. El estudio concluye que los libros de texto incorporan un número limitado, y subutilizado, de elementos históricos.

La categorización de Erdoğan et al.⁴⁵ ha motivado algunos análisis de libros

⁴³ ARTEAGA-VILLAVICENCIO et al. Op. Cit.

⁴⁴ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

⁴⁵ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

de texto. Por ejemplo, Ceylan⁴⁶ investigó la inclusión de elementos históricos en cuatro libros de 5° a 8° grado (10 a 14 años) de educación obligatoria en Turquía. Se encontraron 27 elementos históricos, con mayor presencia en el libro de 5° grado en el eje de números y operaciones. Estos elementos se ubican mayoritariamente al inicio de las unidades. Las categorías incluyeron 13 notas históricas, cinco notas sobre uso, ocho aplicaciones y una actividad extracurricular. Los dominios de aprendizaje cubiertos fueron números y operaciones (12), geometría y medición (7), procesamiento de datos, que está directamente relacionado con estadística (6) y probabilidad (2), sin elementos históricos en el dominio del álgebra. Específicamente, en el dominio (eje) de probabilidad, se encontraron notas históricas relacionadas con el desarrollo de conceptos probabilísticos en el siglo XVII. El estudio concluyó que la historia de la matemática está subutilizada y poco cohesionada en los libros de texto con el contenido, por lo cual sugieren aumentar su variedad, relevancia y distribución en todas las etapas de aprendizaje, en el cual se pueda integrar la historia de la matemática en las lecciones mediante actividades interactivas, como juegos o proyectos grupales, lo que puede aumentar la motivación de los estudiantes. Se recomienda que los profesores reciban formación específica sobre cómo usar elementos históricos para mejorar el aprendizaje matemático.

Otro estudio que emplea esta categorización es de Denbel⁴⁷, quien trabajó con cuatro libros de los grados 9° a 12° (15-18 años) de Educación Secundaria en Etiopía. Se encontraron 26 elementos históricos, con predominancia en el libro de grado 11 y en el dominio del álgebra, ubicándose mayoritariamente al inicio de las unidades. Las categorías incluyeron 18 notas históricas, dos notas sobre uso y seis aplicaciones. Los dominios de aprendizaje cubiertos fueron números y operaciones (3), álgebra (6), geometría y medición (5), función (4), procesamiento de datos (3; 1 en estadística y 2 en probabilidad), y cálculo (5). Por ejemplo, en probabilidad, se encontró una nota histórica sobre la contribución de Blaise Pascal al desarrollo de la teoría de la probabilidad, y una aplicación con notas históricas sobre el uso de la estadística en el análisis de datos. El estudio concluyó que los elementos históricos

⁴⁶ CEYLAN, Sati. Investigation of the elements of the history of mathematics in secondary school mathematics coursebooks. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, Turkey, v. 12, n. 1, p. 320-348, ene. 2021.

⁴⁷ DENBEL Op. Cit.

no están suficientemente integrados ni contextualizados culturalmente, recomendando una mayor inclusión y adecuación de ellos para cumplir con los objetivos del currículo de matemática de Etiopía.

Marco conceptual

Para fundamentar teóricamente el análisis de los elementos históricos presentes en los libros de texto, se utiliza la propuesta de Erdoğan et al.⁴⁸, quienes desarrollan un enfoque específico para examinar la inclusión de contenidos históricos de la matemática en el material escolar. Su propuesta se basa en el modelo de análisis ecológico, el cual había sido previamente utilizado en el ámbito educativo para estudiar la coherencia y funcionalidad de los contenidos curriculares.

Este modelo adopta la metáfora del ecosistema, entendiendo que, al igual que en la naturaleza, donde los organismos se relacionan entre sí y con su entorno de forma interdependiente, los elementos presentes en un libro de texto también deben articularse de manera coherente. En este marco, los contenidos históricos se analizan considerando su hábitat (el lugar dentro del libro en el que aparecen, como la introducción, el desarrollo o las evaluaciones) y su nicho (la función que cumplen dentro del proceso de enseñanza, como motivar, contextualizar o profundizar el contenido).

A partir de este enfoque, Erdoğan et al.⁴⁹ formulan una propuesta de categorías que permite clasificar los elementos históricos en función de su contenido y propósito pedagógico. Estas categorías son:

1. *Notas históricas*. Información relacionada con fechas, biografías, y eventos históricos relevantes para los contenidos matemáticos.
2. *Aplicaciones históricas*. Ejemplos y problemas que ilustran cómo los contenidos matemáticos fueron aplicados en diferentes épocas y contextos.
3. *Notas con aplicaciones*. Se refiere a las combinaciones de notas históricas con problemas o ejemplos prácticos que permiten a los estudiantes ver cómo los conceptos matemáticos han sido utilizados a lo largo del tiempo.
4. *Elementos en trabajos escolares*. Proyectos y tareas que requieren que los

⁴⁸ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

⁴⁹ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

estudiantes investiguen la historia de conceptos matemáticos o la vida de matemáticos destacados.

Marco metodológico

La investigación se desarrolla bajo una metodología cualitativa⁵⁰, sustentado en el paradigma interpretativo⁵¹. Esta metodología permite explorar en profundidad cómo se presenta la historia de la estadística y la probabilidad en los libros de texto de Matemática en la Educación Secundaria chilena.

El diseño de la investigación corresponde a un estudio de casos⁵², dado que permite la exploración detallada de los libros de texto y permite identificar patrones y variaciones entre diferentes editoriales y niveles educativos, proporcionando una visión completa y contextualizada del fenómeno. El alcance es descriptivo⁵³, dado que se enfoca en caracterizar y documentar los elementos históricos presentes en los textos seleccionados.

La muestra se seleccionó mediante un muestreo no probabilístico intencional⁵⁴, compuesta por 11 libros de texto de Matemática distribuidos por el MINEDUC y una editorial privada (Savia SM), todos alineados con el currículo vigente. La muestra abarca desde 7° básico hasta 4° medio, niveles que en diversos sistemas educativos internacionales corresponden a la *Educación Secundaria completa* de acuerdo con la *Clasificación Internacional Normalizada de la Educación (CINE)* de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura⁵⁵. En la Tabla 1 se presentan los autores, año, título, editorial y el código para su identificación a lo largo del escrito.

⁵⁰ CRESWELL, John W.; CRESWELL, J. David. *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. 5ta. ed. Los Angeles: SAGE Publications, 2018.

⁵¹ HERNÁNDEZ-SAMPIERI, Roberto; FERNÁNDEZ-COLLADO, Carlos; BAPTISTA-LUCIO, Pilar. *Metodología de la investigación*. 6ta. ed. México: McGraw-Hill, 2014.

⁵² YIN, Robert K. *Case study research: Design and methods*. 5th ed. Thousand Oak: SAGE Publications, 2014.

⁵³ HERNÁNDEZ-SAMPIERI et al. Op. Cit.

⁵⁴ HERNÁNDEZ-SAMPIERI et al. Op. Cit.

⁵⁵ UNESCO. *International Standard Classification of Education: ISCED 2011*. Montreal: UNESCO Institute for Statistics, 2012.

Tabla 1. Libros de Texto analizados

Código	Autores (año)	Título	Editorial
T1	Iturra, Cabrera y Manosalva (2023)	7° Básico. Matemática. Texto del estudiante	SM
T2	Bravo, Iturra, Manosalva y Silva (2018)	Matemática 7° Básico. Savia	SM
T3	Torres, Caroca (2024)	8° Básico. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T4	García, Romante, Silva y Castro (2018)	Matemática 8° Básico. Savia	SM
T5	Fresno, Torres, Ávila (2020)	1° Medio. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T6	Setz, Muñoz (2018)	Matemática 1° Medio. Savia	SM
T7	Díaz, Ortiz, Norambuena, Morales, Rebolledo y Barrera (2020)	2° Medio. Matemática. Texto del estudiante	SM
T8	Díaz, Frigerio, Fuentes, Osorio, Silva (2018)	Matemática 2° Medio. Savia	SM
T9	Villalobos, Rojas, Caroca, Rencoret y Linares (2024)	3°- 4° Medio. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T10	Barrera, Morales, Norambuena y Ortiz (2019)	Matemática 3° Medio. Savia	SM
T11	Díaz, Morales, Norambuena y Ortiz (2020)	Matemática 4° Medio. Savia	SM

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Como técnica de investigación se utilizará un análisis de contenido deductivo⁵⁶, siguiendo las categorías establecidas por Erdoğan et al.⁵⁷, enfocada específicamente en el eje de estadística y probabilidad. Se clasificará cada elemento identificado según su nivel educativo, ubicación dentro del libro (introducción, desarrollo, evaluación).

Además, se incorporó la categoría época histórica, con el propósito de contextualizar temporalmente cada mención encontrada. Esta clasificación se elaboró según la periodización clásica propuesta por Krebs⁵⁸, quien estructura la historia universal en cinco grandes etapas (Prehistoria, Edad Antigua, Edad Media, Edad Moderna y Edad Contemporánea), en función de transformaciones culturales, tecnológicas y científicas. Esta categoría permite observar desde qué momentos históricos provienen las referencias utilizadas, y si existe una concentración temporal en las menciones presentes en los libros de texto.

Los datos fueron sistematizados en una planilla de análisis (Excel), lo que

⁵⁶ MAYRING, Philipp. *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*. 1ra. ed. Klagenfurt: Beltz, 2014.

⁵⁷ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

⁵⁸ KREBS, Ricardo. *Breve historia universal (hasta el año 2000)*. 1ra. ed. Santiago: Editorial Universitaria, 1992.

permitió identificar y comparar los tipos de elementos históricos presentes, su frecuencia y relevancia para la comprensión de la estadística y la probabilidad. Cabe señalar que, al clasificar los elementos históricos identificados, una misma unidad de análisis puede estar vinculada simultáneamente a más de una categoría. Esto implica que un mismo fragmento textual puede ser contabilizado en distintas categorías de análisis, según sus características y propósitos. De manera similar, en la clasificación por épocas históricas, una mención puede abarcar más de un periodo. Por este motivo, el número total de referencias en cada categoría puede variar entre 22, 23 o 24, dependiendo del criterio de análisis considerado.

Resultados

En el estudio se identificaron los apartados y tareas que incluyan algún fundamento histórico relacionado con el desarrollo de conceptos estadísticos y probabilísticos.

La Tabla 2, muestra que la distribución de elementos históricos en estadística y probabilidad en los libros de texto de Matemática en la Educación Secundaria chilena es limitada. En total se identificaron 22 ítems distribuidos entre estadística y probabilidad, con una marcada diferencia en la frecuencia de aparición entre ambas áreas.

Los contenidos de probabilidad tienen una frecuencia mayor, alcanzando 17 menciones, equivalentes al 77,3% del total. El nivel con mayor presencia de elementos históricos en esta área es 2° de secundaria (T7 y T8), con 36,4% de las menciones, seguido por 7° primaria con 13,6%. En contraste, estadística presentan una presencia considerablemente baja, con solo cinco menciones a lo largo de los distintos niveles educativos, lo que representa un 22,7% del total de referencias históricas. Estas menciones se distribuyen en 7° Básico (4,5%), 8° Básico (9,1%), 1° Medio (4,5%) y 3° Medio (4,5%), sin ninguna referencia en 2° Medio.

Tabla 2. Frecuencia absoluta de los ejes de aprendizaje de la historia de la estadística y probabilidad en libros de texto.

Ejes	T1 n=0	T2 n=4	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=6	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=22
Estadística	-	1	-	2	-	1	-	-	-	1	-	5
Probabilidad	-	3	-	1	1	1	2	6	-	1	2	17

Fuente: Elaboración propia de los autores.

En la Figura 1 se observa un ejemplo de los elementos históricos de estadística. Aquí mencionan a Gertrude Mary Cox, como la "primera dama de la estadística", enfatizan su contribución a la disciplina y su rol en la conexión entre la teoría estadística y su aplicación práctica. Este recurso se inserta en el contenido de comparación de gráficos, pero en la mención no se establece explícitamente esta relación, dado que su trabajo se centró en el diseño y estructura de experimentos estadísticos más que en la visualización de datos o el análisis gráfico⁵⁹.

En contraste, la Figura 2 presenta un ejemplo de cómo se integran elementos históricos en la enseñanza de la probabilidad en los libros analizados. En este caso, se observa la mención de Blaise Pascal, matemático y físico francés, quien contribuyó al desarrollo de la teoría de la probabilidad junto a Pierre de Fermat. La figura destaca su transición de la matemática a la filosofía, pero omite referencias directas a su impacto en la formalización del cálculo de probabilidad de una variable aleatoria.

⁵⁹ ANDERSON, Ronald L. Gertrude Mary Cox. En: HEYDE, Chris; SENETA, Eugene (Eds.). *Statisticians of the Centuries*. 1ra. ed. New York: Springer, 2001. p. 475-478

Figura 1 – Ejemplo de elemento histórico en estadística



Fuente: T4 (p. 250)

Figura 2 – Ejemplo de elemento histórico en probabilidad



Fuente: T8 (p. 256)

Épocas Históricas

La Tabla 3 nos presenta la distribución de las menciones a diferentes épocas históricas en los libros de texto analizados. La mayoría de las referencias se concentran en la Edad Contemporánea (14), principalmente en los libros de 2°

Medio (T7 y T8). En segundo lugar, la Edad Moderna (8), destacándose en los libros de 7° Básico (T2) y 2° Medio (T8) y 3° Medio (T9). En contraste, la Prehistoria cuenta con una única mención en el libro de 8° Básico (T2), lo que representa solo el 4,3% del total las referencias. Por otro lado, no se registran menciones a la Edad Antigua ni a la Edad Media en los libros analizados.

Tabla 3. Frecuencia absoluta de épocas de la historia por nivel y libro de texto

Épocas	T1 n=0	T2 n=5	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=6	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=23
Prehistoria		1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Edad antigua		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Edad media		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Edad moderna		3	-	1	-	1	-	2	-	1	-	8
Edad contemporánea		1	-	2	1	1	2	4	-	1	2	14

Fuente: Elaboración propia de los autores.

La única referencia a la prehistoria se encuentra en la Figura 3, dentro de la sección titulada *"Matemática y juegos de azar"*. En esta, se menciona que los juegos de azar tienen una antigüedad superior a 40.000 años y que, en sus orígenes, estaban vinculados a prácticas ceremoniales o religiosas. Sin embargo, el texto no profundiza en su desarrollo durante la prehistoria. En cambio, la información se centra en el análisis matemático de los juegos de azar, cuyo desarrollo comenzó a consolidarse entre los siglos XVI y XVII, a partir de los primeros intentos por modelar situaciones inciertas relacionadas con el azar⁶⁰. Dentro de este contexto, se hace referencia a figuras clave de la época moderna, como Pierre-Simon Laplace y Joseph-Louis Lagrange, quienes realizaron importantes aportes al cálculo de probabilidades.

⁶⁰ BELLHOUSE, David. Probability prior to Pascal. En: HEYDE, Chris; SENETA, Eugene (Eds.). *Statisticians of the Centuries*. 1ra. ed. New York: Springer, 2001. p. 3-7.

Figura 3 – Mención juegos de azar

Matemática y juegos de azar


Los juegos de azar son juegos en que las posibilidades de ganar o perder no dependen de la habilidad del jugador, sino del azar, ya que ganar o perder es algo que no se puede predecir, aunque sí se puede calcular la probabilidad.

Los juegos de azar existen desde hace más de 40 000 años y, en sus orígenes, sus fines fueron tanto ceremoniales (religiosos) como recreativos. El desarrollo del análisis matemático de estos se produjo durante los siglos XVI y XVII, y luego se extendió al estudio de problemas socioeconómicos a través del cálculo de probabilidades.

Los principales exponentes de esta área de la matemática fueron Jacob Bernoulli, Auguste De Moivre, Thomas Bayes, Joseph Lagrange y Pierre Simon Laplace, entre otros.

¿Sabías que, en un bingo con 90 bolas, necesitas comprar **45 795 673 964 460 800** cartones para asegurarte de ganar el premio mayor con la menor cantidad de bolas extraídas?

- ¿Qué juegos de azar conoces?
- ¿Qué te parecen las probabilidades de ganar el bingo con la menor cantidad de bolas extraídas?
- ¿Crees que un jugador que tiene muchas habilidades puede aumentar las probabilidades de ganar?



Fuente: T2 (p. 297)

Finalmente, en la Figura 4, se observa un ejemplo referente a la época contemporánea, a través de la mención de Florence Nightingale David (1909-1993). Su evocación se encuentra en el contenido de nubes de puntos, aunque no se establece una relación directa con este concepto. La propia nota señala que David trabajó en aspectos de la combinatoria y el coeficiente de correlación, lo que permite establecer una conexión con la nube de puntos a través de esta medida de asociación entre variables, aunque dicha relación no se explicita directamente. En consecuencia, se delega en el profesorado la tarea de vincular la nota histórica con el contenido matemático.

Figura 4 – Ejemplo de mención en época contemporánea



Y ella, ¿quién es?

► **Florence Nightingale David**
(1909 - 1993) Estadística inglesa. Nombrada en honor a la enfermera y estadística Florence Nightingale, amiga de sus padres. Trabajó junto a Karl Pearson, calculando sus soluciones y cada coeficiente a mano, lo que luego dio como resultado su primer libro *Tablas de coeficientes de correlación*. Realizó investigaciones en el campo de la combinatoria, exponiendo problemas complejos de una manera clara.

Fuente: T6 (p. 227)

Menciones Históricas

Con base en las categorías definidas por Erdogan et al.⁶¹, el análisis de los libros de texto (T1 a T11) reveló la presencia de 24 menciones históricas relacionadas con la estadística y la probabilidad.

La Tabla 4 muestra que la mayoría de las menciones corresponden a la categoría de notas históricas, con un total de 17 (70,8%). Estas notas están distribuidas en todos niveles, con mayor presencia en 7° Básico (T2) y 2° Medio (T8), con 4 notas históricas cada nivel.

Por otro lado, las aplicaciones históricas y las notas con aplicaciones no tienen presencia en los libros analizados, lo que evidencia una omisión en la vinculación entre la historia de la estadística y probabilidad y su aplicabilidad en problemas concretos. Sin embargo, se registran elementos en trabajos escolares en dos ocasiones (8,3%), ambas en libros de 2° Medio (T8).

Finalmente, se creó una nueva categoría denominada Problemas clásicos, para incluir enunciados que han sido ampliamente utilizados en la enseñanza de la probabilidad y la teoría de juegos; como el Problema de Monty Hall y el Dilema del prisionero. El primero tiene su origen en el programa televisivo *Let's Make a Deal*, emitido en Estados Unidos entre 1963 y 1986, y debe su nombre a su presentador. La controversia generada por las posibles soluciones al problema evidenció errores comunes en la interpretación de la probabilidad condicional, lo que motivó su incorporación en contextos educativos como recurso didáctico⁶², mientras que el segundo ha sido clave para modelar situaciones de cooperación y conflicto en contextos sociales y estratégicos⁶³. Esta categoría aparece en cinco ocasiones (20,8 %), distribuidos en 1.º Medio (T5) y 2.º Medio (T7 y T8).

⁶¹ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

⁶² BATANERO, Carmen; FERNANDES, José António; CONTRERAS, José Miguel. Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *SUMA*, Torrent, n. 62, p. 11-18, nov. 2009.

⁶³ POUNDSTONE, William. *The Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb*. 1ra. ed. New York: Anchor Books, 2005.

Tabla 4. Frecuencia absoluta de elementos históricos por categoría y nivel educativo

Épocas	T1 n=0	T2 n=4	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=8	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=24
Notas históricas	-	4	-	3	-	2	-	4	-	2	2	17
Aplicaciones históricas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Notas con aplicaciones	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Elementos en trabajos	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	2
Problemas clásicos	-	-	-	-	1	-	2	2	-	-	-	5

Fuente: Elaboración propia de los autores.

En cuanto a las notas históricas, en las Figuras 1 y 4 se presentan ejemplos de estas que incluyen ilustraciones de personajes con fechas, biografías, y eventos históricos para los contenidos de estadística y probabilidad. Por ejemplo, en la Figura 5, aparece una nota, donde mencionan a Florence Nightingale David (1909-1993). Esta nota incluye una breve descripción de su legado en la estadística moderna y está acompañada de una ilustración que facilita la conexión visual con el contenido. Sin embargo, estas notas, aunque visualmente atractivas, tienden a ser anecdóticas, dado que no se vinculan directamente con actividades prácticas que apoyen el aprendizaje.

Otro tipo de notas históricas presentes en los libros de texto analizados se caracterizan por incluir un desarrollo más extenso y no centrarse únicamente en un personaje histórico. Un ejemplo de ello es la Figura 3, donde se presenta una breve reseña sobre la historia de los juegos de azar.

Con respecto a los elementos en trabajos escolares, en la Figura 5 se observa un ejemplo que comienza con una nota histórica Florence Nightingale, y luego incluye una breve sección de preguntas de investigación sobre su contribución y su impacto en la historia de la estadística. Sin embargo, estas actividades no están vinculadas directamente con ejercicios aplicados en los temas tratados.

Figura 5 – Ejemplo de elementos en trabajos escolares

Matemática y medicina

Los estudios de la estadística y probabilidad han ayudado a los grandes avances científicos y a realizar investigaciones sobre todo en el área de la medicina. Es así como todos los datos que se recopilan pueden ser representados gráficamente, lo que favorecen la lectura y la comprensión de la información.

Una de las mujeres que realizó grandes contribuciones a la epidemiología y la estadística sanitaria fue la británica Florence Nightingale, considerada precursora de la enfermería profesional moderna. Florence fue pionera en el uso de representaciones visuales de la información y gráficos estadísticos.

Además, se le atribuye un tipo de gráfico circular: el diagrama de área polar o diagrama de la rosa de Nightingale.


- Averigua qué contribución hizo Florence Nightingale en la Cruz Roja.
- Investiga por qué se dice que Florence Nightingale ayudó a salvar miles de vidas con "una rosa". Coméntalo con tu curso.



Fuente: T8 (p. 265)

En cuanto a los problemas clásicos, se encontraron aquellos que se han popularizado a través de la historia de la estadística y probabilidad. Un ejemplo de estos problemas identificado en los libros de texto analizados es el de Monty Hall, el cual aparece en los textos T5, T7 y T8. Este problema, ilustrado en la Figura 6, es ampliamente utilizado para explorar conceptos de probabilidad condicional y toma de decisiones bajo incertidumbre.

Figura 6 – Ejemplo de problema clásico

2.  Junto con un compañero, analicen el siguiente problema conocido como el «Problema de Monty Hall o de las tres puertas».

- Una persona en un concurso debe escoger una de tres puertas. Detrás de dos de ellas no hay nada y, en la otra, un premio.
- El participante escoge una de las puertas al azar; seguidamente, el animador abre una de las puertas que no escogió el participante y en la que no se encuentra el premio.
- El animador le ofrece al participante la posibilidad de cambiar la puerta que escogió inicialmente por la otra que queda sin abrir.



¿Le conviene al participante cambiar la puerta en el sentido de aumentar sus probabilidades de ganar?

Fuente: T5 (p. 186)

Ubicación el texto

La Tabla 5 presenta la distribución de los elementos históricos según su ubicación dentro de las distintas secciones de los libros de texto. Se observa que

la mayoría de las menciones (86,4%) se concentran en la sección de desarrollo, donde se utilizan principalmente para complementar la explicación de los contenidos. En menor medida, un 13,6% de las referencias se ubican en las secciones de introducción, generalmente como notas previas orientadas a contextualizar el contenido, sin que ello implique necesariamente una profundización en su relevancia histórica. No se identificaron menciones en las secciones destinadas a la evaluación.

Tabla 5. Frecuencia absoluta de la ubicación de elementos históricos

Ubicación	T1 n=0	T2 n=4	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=6	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=22
Introducción	-	1	-	-	-	-	-	1	-	1	-	3
Desarrollo	-	3	-	3	1	2	2	5	-	1	2	19
Evaluación	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0

Fuente: Elaboración propia de los autores.

En la Figura 7, se observa un ejemplo de elemento histórico ubicado en la introducción, el cual presenta un problema clásico, como punto de partida, para abordar el contenido de probabilidad y toma de decisiones. A través de este problema, se plantea una situación donde el análisis probabilístico es clave para la toma de decisiones, permitiendo a los estudiantes reflexionar sobre estrategias óptimas en contextos de incertidumbre.

Figura 7 – Ejemplo de un problema clásico ubicada en la introducción

Lección 11 **Objetivo:** Aplicar la probabilidad para resolver problemas y tomar decisiones.

Probabilidad y toma de decisiones

1. En parejas, observen y analicen la situación. Considera que la puerta amarilla es la puerta 1, la rosada es la 2 y la morada es la 3.

CRISTIAN, DEBES ESCOGER UNA DE ESTAS 3 PUERTAS.

CUIDADO, DOS DE ELLAS TIENEN UNA CABRA Y SOLO UNA EL AUTOMÓVIL. ¿CUÁL ESCOGES?

EMM...¡LA NÚMERO 3!

OK, PERO ANTES ABRIRE UNA DE LAS PUERTAS QUE NO ESCOGISTE.

MIRA... EN LA PUERTA 2 HAY UNA CABRA.

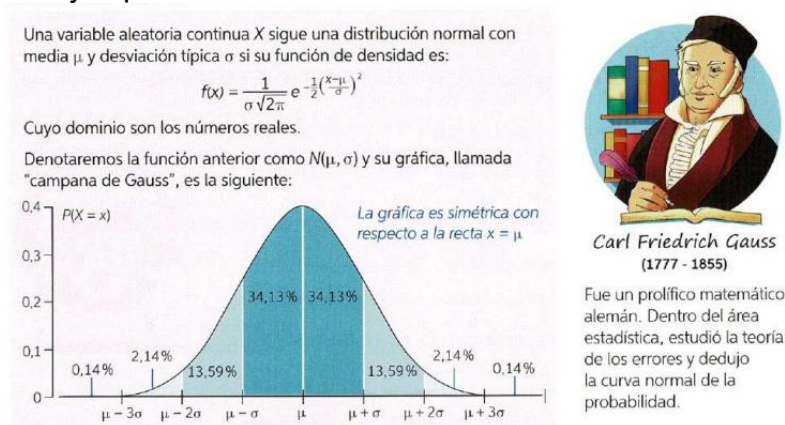
AHORA TE DOY LA OPORTUNIDAD DE QUE PUEDES CAMBIAR LA PUERTA 3 POR LA PUERTA 1, ¿QUÉ DICES?, ¿ACEPTAS?

a. Si ustedes fueran Cristian, ¿qué harían?, ¿por qué? Comenten su respuesta con el resto del curso.

Fuente: T8 (p. 276)

Un ejemplo de la incorporación de elementos históricos en el desarrollo del contenido del libro se observa en la Figura 8, donde se presenta la función de densidad de la distribución normal junto con una referencia a Carl Friedrich Gauss. Esta mención resalta la contribución del matemático alemán al estudio de la teoría de los errores y la formalización de la curva normal, complementando el desarrollo conceptual de la estadística y la probabilidad.

Figura 8 – Ejemplo de una mención histórica ubicado en el desarrollo



Fuente: T11 (p. 104)

Discusión

Los resultados permiten describir sobre cómo se incorpora y con qué profundidad la historia de la estadística y la probabilidad en los libros de texto analizados. A partir de ello, emergen tendencias, omisiones y oportunidades relevantes para el diseño de actividades pedagógicas más contextualizados.

Uno de los aspectos centrales del análisis fue examinar la relación entre los elementos históricos identificados y los contenidos específicos de estadística o probabilidad. Los resultados reflejan un mayor énfasis en la historia de la probabilidad frente a la de la estadística, lo que evidencia un desequilibrio en la forma en que estos elementos se integran en los libros de texto de Matemática en la Educación Secundaria. En el caso de la probabilidad, si bien se identificó una mayor cantidad de menciones, estas en su mayoría no profundizan en los conceptos tratados, sino que presentan referencias generales o biográficas, como las alusiones a Pascal o al problema de Monty Hall. Estas menciones, aunque vinculadas temáticamente, no se articulan con explicaciones conceptuales ni con

actividades que permitan al estudiantado explorar las ideas matemáticas involucradas. En cuanto a la estadística, las escasas menciones identificadas, como las referidas a Florence Nightingale David o Gertrude Mary Cox, tampoco establecen una conexión clara con los contenidos que acompañan, tales como la representación gráfica de datos o el análisis de correlación. En ambos casos, los elementos históricos tienden a ser presentados como complementos anecdóticos, más que como recursos que potencien la comprensión conceptual o promuevan una reflexión sobre el desarrollo de los contenidos estadísticos y probabilísticos a lo largo del tiempo.

Profundizando en la dimensión temporal, se observa una concentración en las épocas Moderna y Contemporánea, omitiéndose por completo menciones a la Edad Antigua y Media, y con solo una referencia a la Prehistoria. Esta tendencia ha sido también reportada por Castro et al.⁶⁴ en el contexto costarricense, donde se privilegian los aportes de la matemática europea moderna. La exclusión de contribuciones tempranas, como las de Hiparco de Nicea en ajuste de datos o Al-Kindi en análisis de frecuencias, refuerza una narrativa histórica eurocéntrica y fragmentada⁶⁵. Este sesgo limita la comprensión de la estadística y la probabilidad como construcciones colectivas y multiculturales. En contraste, el libro *Statisticians of the Centuries*⁶⁶, que presenta biografías de estadísticos desde la Antigüedad hasta el siglo XX, muestra que si bien existe una mayor densidad de contribuciones en los siglos XVIII (Edad Moderna) y XIX (Edad Contemporánea), también hubo desarrollos en siglos anteriores que suelen ser omitidos en los libros de texto. Finalmente, si bien la mayoría de las menciones históricas aparecen en las secciones de desarrollo de los libros, lo que potencialmente favorecería su integración, esta posibilidad no se concreta. Las referencias se presentan sin articularse con actividades de aprendizaje, tal como lo observan Madrid et al.⁶⁷ y Ceylan⁶⁸, donde la historia aparece, pero rara vez se integra de manera explícita en el desarrollo pedagógico de los contenidos.

Otro hallazgo relevante tiene que ver con el tipo de elemento histórico

⁶⁴ CASTRO et al. Op. Cit.

⁶⁵ HEYDE, Chris C.; SENETA, Eugene (Eds.). *Statisticians of the Centuries*. 1ra. ed. New York: Springer, 2001.

⁶⁶ HEYDE et al. Op. Cit.

⁶⁷ MADRID et al. Op. Cit.

⁶⁸ CEYLAN Op. Cit.

predominante. La mayoría de las menciones identificadas corresponden a la categoría notas históricas, representando más del 70% de ellas. Estas notas suelen presentarse como biografías o datos anecdóticos, sin una conexión explícita con los conceptos matemáticos que acompañan. Esta tendencia coincide con lo reportado por Madrid et al.⁶⁹ y Arteaga-Villavicencio et al.⁷⁰, quienes también observaron que la historia de la matemática en libros de texto se manifiesta principalmente a través de breves menciones de personajes o eventos, con un enfoque descriptivo más que didáctico. Como se observó, figuras como Blaise Pascal, Florence Nightingale y Carl Friedrich Gauss aparecen en los textos analizados, pero sus contribuciones no se articulan directamente con el contenido, reduciendo su potencial pedagógico.

En esta línea, estudios como los de Denbel⁷¹ y Ceylan⁷² también reportan una baja integración de los elementos históricos con los contenidos que se enseñan. En nuestro análisis, la ausencia total de las categorías de aplicaciones históricas y notas con aplicaciones, que permiten una integración más profunda de la historia con la práctica, evidencia una oportunidad desaprovechada para fomentar aprendizajes contextualizados. Como plantea Oliveira Júnior et al.⁷³, vincular los contenidos estadísticos con su desarrollo histórico no solo facilita la comprensión conceptual, sino que también puede aumentar la motivación del estudiantado.

Para ilustrar cómo podría lograrse una integración efectiva, se puede proponer un ejemplo alineado con las categorías de Erdoğan et al.⁷⁴: al abordar la distribución normal, se podría incluir una breve nota histórica sobre Carl Friedrich Gauss, acompañada de un ejercicio en el que los estudiantes analicen errores de medición de un experimento real, como él lo hizo con datos astronómicos. Esta combinación entre contexto histórico y aplicación práctica permitiría comprender tanto la función matemática de la curva como su origen y relevancia científica. En este sentido, la mención a Gauss no debe limitarse a una biografía o anécdota, sino que debe estar pedagógicamente integrada al contenido de estadística. Tal como

⁶⁹ MADRID et al. Op. Cit.

⁷⁰ ARTEAGA-VILLAVICENCIO et al. Op. Cit.

⁷¹ DENBEL. Op. Cit.

⁷² CEYLAN. Op. Cit.

⁷³ OLIVEIRA JÚNIOR et al. Op. Cit.

⁷⁴ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

plantean estudios previos^{75,76} la incorporación de elementos históricos debe cumplir un propósito pedagógico concreto y contribuir al desarrollo conceptual. De lo contrario, la referencia corre el riesgo de convertirse en un recurso superfluo, sin impacto en la comprensión ni en la motivación del estudiantado.

Respecto de los elementos en trabajos escolares, solo se encontraron dos casos en los que se invita al estudiantado a investigar sobre figuras históricas. Si bien este tipo de tareas puede generar motivación o fomentar la investigación autónoma, su aporte al aprendizaje matemático es limitado si no se vincula con el contenido abordado. Esta situación refleja lo advertido por García⁷⁷, quien señala que muchos profesores carecen de formación sobre cómo integrar la historia de la matemática en la enseñanza, lo que afecta también el uso de estos recursos en el aula.

Una categoría emergente en este estudio fue la de problemas clásicos, tales como el Monty Hall, presentes en los textos T5, T7 y T8. Aunque no son estrictamente elementos históricos, estos problemas se han vuelto emblemáticos por su potencial pedagógico para enseñar conceptos como la probabilidad condicional y la toma de decisiones bajo incertidumbre. Su inclusión demuestra un mayor grado de coherencia con las propuestas de Erdoğan et al.⁷⁸, al permitir una vinculación entre teoría y aplicación en distintos contextos.

Finalmente, en relación con la categoría de ubicación, se identificó que la mayoría de los elementos históricos se encuentran en las secciones de desarrollo de los textos, lo cual en principio podría favorecer una mejor articulación con los contenidos curriculares. Sin embargo, esta potencialidad rara vez se concreta, ya que las referencias aparecen de manera aislada, sin estar acompañadas de actividades pedagógicas ni establecer vínculos explícitos con los conceptos matemáticos abordados. Cuando las menciones se ubican en las introducciones de las unidades, suelen cumplir una función meramente anecdótica, sin continuidad ni conexión posterior. Asimismo, no se encontraron elementos históricos en las secciones de evaluación, lo que sugiere que estos contenidos no son considerados parte central del aprendizaje esperado. Esta débil integración concuerda con lo

⁷⁵ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

⁷⁶ OLIVEIRA JÚNIOR et al. Op. Cit.

⁷⁷ GARCÍA et al. Op. Cit.

⁷⁸ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

reportado por Madrid et al.⁷⁹, quienes evidencian que las referencias históricas en los textos tienden a ser breves y complementarias, frecuentemente relegadas a ejercicios de búsqueda de información. De forma similar, Ceylan⁸⁰ concluye que, aunque presentes, los elementos históricos en los libros de texto de Educación Secundaria son utilizados de forma limitada y desvinculada del contenido matemático, lo que impide su aprovechamiento como recurso pedagógico. En consecuencia, se desaprovecha una oportunidad para enriquecer la enseñanza con aprendizajes más profundos y culturalmente contextualizados.

Conclusión

Esta investigación tuvo como propósito caracterizar la presencia e integración de elementos históricos relacionados con la estadística y la probabilidad en libros de texto de Matemática utilizados en la Educación Secundaria chilena. A partir del análisis de once textos distribuidos por el Ministerio de Educación y una editorial privada, y empleando el modelo de análisis ecológico de Erdoğan et al.⁸¹, fue posible identificar patrones, vacíos y oportunidades como la incorporación de aplicaciones históricas, el fortalecimiento de la articulación pedagógica de las notas históricas y la diversificación temporal de las referencias en la manera en que estos elementos son abordados en el material educativo.

Los resultados evidenciaron que la historia de la estadística y la probabilidad se encuentra presente de forma parcial, mayoritariamente a través de notas con carácter biográfico o anecdótico, sin conexión explícita con los contenidos matemáticos que acompañan. La ausencia de otras categorías, como las aplicaciones históricas o notas con aplicaciones, así como la escasa presencia de actividades escolares articuladas con estos elementos, limita el potencial formativo de la historia como recurso pedagógico en estas áreas.

Asimismo, se constató una visión cronológica restringida, centrada en la Edad Moderna y Contemporánea, con escasa o nula presencia de culturas y periodos anteriores como la prehistoria, la Antigüedad o la Edad Media. Esta omisión reduce la posibilidad de comprender el desarrollo de la estadística y la

⁷⁹ MADRID et al. Op. Cit.

⁸⁰ CEYLAN. Op. Cit.

⁸¹ ERDOĞAN et al. Op. Cit.

probabilidad como una construcción intercultural, situada históricamente y en constante evolución.

En síntesis, los resultados permiten advertir que, aunque la historia de la estadística y la probabilidad está presente en los libros de texto analizados, su tratamiento resulta limitado tanto en profundidad como en diversidad temporal y cultural. Predominan las referencias biográficas o anecdóticas, centradas en figuras de la Edad Moderna y Contemporánea, con escasa articulación pedagógica con los contenidos de Estadística y Probabilidad. Esta situación revela la necesidad de fortalecer la integración pedagógica de los elementos históricos, reconociendo su potencial para enriquecer la comprensión conceptual de los contenidos, fomentar el pensamiento crítico del estudiantado y situar el conocimiento estadístico en un marco dinámico e históricamente construido.

Entre las limitaciones del estudio se pueden mencionar que el análisis se enfocó únicamente en los libros del estudiante, sin considerar las guías para el docente, cuadernillos u otros recursos complementarios que podrían contener orientaciones metodológicas o actividades con contenido histórico adicional. Esta exclusión brinda una visión parcial ya que estos materiales también influyen en la manera en que se enseña y se contextualizan los contenidos en el aula.

Como proyección, se considera pertinente ampliar la investigación hacia otros niveles del sistema educativo, incorporar materiales no considerados en el presente estudio (como guías docentes y recursos complementarios), y explorar cómo se integran o podrían integrarse los elementos históricos de manera coherente con los objetivos de aprendizaje en estadística y probabilidad. También sería valioso realizar estudios comparativos con textos de otros países o explorar la percepción docente respecto al uso de estos recursos. Un tema para investigar podría ser el diseñar e implementar intervenciones de aula que integren elementos históricos en actividades de enseñanza, evaluando su impacto en la comprensión conceptual, en la motivación y en el desarrollo del pensamiento crítico del estudiantado.

Referências

ALVARADO, Hugo; RETAMAL, Lidia. **La aproximación binomial por la normal: una experiencia de reflexión sobre la práctica.** *Paradigma*, Maracay, v. 31, n. 2, p. 89-108, dic. 2010.

ANDERSON, Ronald L. Gertrude Mary Cox. En: HEYDE, Chris; SENETA, Eugene (Eds.). **Statisticians of the Centuries.** 1ra. ed. New York: Springer, 2001. p. 475-478

ARTEAGA, Anney; ARTEAGA, Eloy; DUARDO, Carlos. **La historia de la matemática en los libros de texto de matemática en la escuela media cubana.** *Conrado*, Cienfuegos, v. 19, n. 95, p. 435-444, nov. 2023.

BARONI, Rosa; NOBRE, Sérgio. **A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática.** En: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136.

BATANERO, Carmen; FERNANDES, José; CONTRERAS, José. **Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas.** *SUMA*, Torrent, n. 62, p. 11-18, nov. 2009.

BATANERO, Carmen; GARZÓN-GUERRERO, José; VALENZUELA-RUIZ, Silvia. **Sentido gráfico y su importancia en la comprensión de la información sobre la COVID.** *Paradigma*, Maracay, v. 62, n. 1, p. 206-224, jun. 2021.

BELLHOUSE, David. Probability prior to Pascal. En: HEYDE, Chris; SENETA, Eugene (Eds.). **Statisticians of the Centuries.** 1ra. ed. New York: Springer, 2001. p. 3-7.

BINNS, Colin; LOW, Wah Yun; KYUNG, Lee Mi. The COVID-19 pandemic: public health and epidemiology. **Asia Pacific Journal of Public Health**, Thousand Oaks, v. 32, n. 4, p. 140-144, May. 2020.

CEYLAN, Satı. Investigation of the elements of the history of mathematics in secondary school mathematics coursebooks. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education**, Turkey, v. 12, n. 1, p. 320-348, ene. 2021.

CHORLAY, Renaud; CLARK, Kathleen; TZANAKIS, Constantinos. **History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field.** *ZDM – Mathematics Education*, Berlin, v. 54, p. 1407-1420, nov. 2022.

CORTÉS, Patricia; LEZCANO, Noemí; MORA, Grettel; PICADO, Miguel. **La historia de la matemática en libros de texto para el tercer ciclo de la Educación General Básica en Costa Rica durante 1949-2012.** En: SCOTT, Patrick (Rick); RUÍZ, Ángel (Orgs.). *Educación Matemática en las Américas 2015. Volumen 12: Historia y Epistemología.* República Dominicana: CIAEM, 2015. p. 85–96.

CRESWELL, John W.; CRESWELL, J. David. **Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches**. 5ta. ed. Los Angeles: SAGE Publications, 2018.

DE OLIVEIRA, Ailton.; DA SILVA, Beatriz; RODRIGUES, Oraide; CONCEIÇÃO, Vanderleia. **La historia de la estadística en el caso de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en la escuela secundaria**. En: ENCUESTRO SOBRE DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA, LA PROBABILIDAD Y EL ANÁLISIS DE DATOS, n. 4., Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2014. p. 1-13.

DENBEL, Dejene Girma. **History of mathematics (HM) in secondary school mathematics textbook**. *Cogent Education*, London, v. 10, n. 2, p. 2228988, jul. 2023.

ERDOĞAN, Abdülkadir; EŞMEN, Emine; FINDIK, Selim. **Ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihinin yeri: ekolojik bir analiz**. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, Estambul, n. 42, p. 239–259, jun. 2015.

FERNÁNDEZ, María; CABALLERO, Presentación, FERNÁNDEZ, José. El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. **Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, Zaragoza**, v. 20, n. 1, p. 201-217, ene. 2017.

GARCÍA, Fabiano. **A participação da história da matemática no ensino da matemática: a visão dos professores das séries finais do ensino fundamental de Itabirito**. Ouro Preto, 2005. Monografía (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto.

GENÇKAYA, Şeyda; TAN-ŞİŞMAN, Gülsün. **The use of the history of mathematics in teaching-learning process: the perspectives of faculty members and teachers**. *Psycho-Educational Research Reviews*, London, v. 10, n. 2, p. 241-257, ago. 2021.

HAND, David J. **Statistics: A very short introduction**. 1ª. ed. New york: Oxford University Press, 2008.

HERNÁNDEZ-SAMPIERI, Roberto; FERNÁNDEZ-COLLADO, Carlos; BAPTISTA-LUCIO, Pilar. *Metodología de la investigación*. 6ta. ed. México: McGraw-Hill, 2014. HEYDE, Chris C.; SENETA, Eugene (Eds.). **Statisticians of the Centuries**. 1ra. ed. New York: Springer, 2001.

JIANG, Tianzhuo; LI, Shuwen. **Secondary school students use and perceptions of textbooks in mathematics learning: A large-scale investigation in China**. *Frontiers in Psychology*, Lausanne, v. 14, p. 1-13, mar. 2023.

KREBS, Ricardo. **Breve historia universal (hasta el año 2000)**. 1ra. ed. Santiago: Editorial Universitaria, 1992.

LUPIÁÑEZ, José Luis. **Reflexiones didácticas sobre la historia de la matemática**. SUMA, Zaragoza, n. 40, p. 59-63, jun. 2002.

MADRID, María J.; MAZ-MACHADO, Alexander; LEÓN-MANTERO, Carmen; LÓPEZ-ESTEBAN, Carmen. **La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO**. En: RODRÍGUEZ-MUÑIZ, Luis. José et al. (Eds.). Investigación en Educación Matemática XXII. Oviedo: SEIEM, 2018. p. 310-319.

MAYRING, Philipp. **Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution**. 1ra. ed. Klagensfurt: Beltz, 2014.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. **Bases curriculares 3° a 4° Medio**. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2019.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. **Bases curriculares 7° a 2° Medio**. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2016.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. **Bases curriculares Primero a Sexto Básico**. 1ra. ed. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2018.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. **Estándares orientadores para carreras de pedagogía: estándares pedagógicos y disciplinarios**. 1ra. ed. Santiago: CPEIP, 2021.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. **Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la Educación Básica y Media: actualización 2009**. 1ra. ed. Santiago: MINEDUC, 2009.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Política de Textos Escolares**. 1ra. ed. Santiago: Gobierno de Chile, 2008.

MOLINA-PORTILLO, Elena; CONTRERAS, José Miguel; GODINO, Juan; RUZ, Felipe. **Statistical literacy in the information society**. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, Madrid, v. 35, n. 2, p. 148-169, jul. 2019.

POUNDSTONE, William. *The Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb*. 1ra. ed. **New York: Anchor Books**, 2005.

SILVER, Nate. *The signal and the noise: why so many predictions fail but some don't*. 1ª. ed. **New York: Penguin Press**, 2012.

TVERSKY, Amos; KAHNEMAN, Daniel. **Judgment under uncertainty: heuristics and biases**. *Science*, Washington, v. 185, n. 4157, p. 1124-1131, sep. 1974.

UNESCO. **International Standard Classification of Education: ISCED 2011**. Montreal: UNESCO Institute for Statistics, 2012.

VIDAL, Roberto. **El libro de texto de matemáticas en Chile en el último siglo**

1910-2010. *Cuadernos de Educación*, Santiago, n. 27, p. 1-21, ago. 2010.

YIN, Robert K. *Case study research: Design and methods*. 5th ed. **Thousand Oak: SAGE Publications**, 2014.

Recebido em 13/05/2025

Aceito em 10/11/2025