

# **CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO FUTURO PROFESSOR DE EDUCAÇÃO INFANTIL PARA REFLETIR SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UMA TAREFA FORMATIVA PROFISSIONAL DE CLASSIFICAÇÃO<sup>1</sup>**

Edvonete Souza de Alencar <sup>2</sup>

María de la Cinta Muñoz Catalán<sup>3</sup>

María del Mar Liñán García<sup>4</sup>

**RESUMO:** Este artigo tem como objetivo identificar elementos dos conhecimentos especializados mobilizados por futuros professores de Educação Infantil em uma formação inicial sobre o pensamento algébrico quando desenvolvem uma tarefa formativa profissional de classificação. A seleção foi feita porque consideramos que a classificação é um conteúdo de aprendizagem da Educação Infantil que pode impulsionar o pensamento lógico matemático, que por sua vez nos permite refletir e desenvolver o pensamento algébrico, por considerar as relações que estão em evidência no processo de classificação. Assim, utilizamos como apporte teórico para as análises o Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). A metodologia utilizada foi ou Teaching Experiment, aplicado em duas classes de formação inicial para professores de educação infantil da Universidade de Sevilha. Apresentamos como resultados a possibilidade de avanço nas discussões sobre quais conhecimentos matemáticos os professores de educação infantil precisam ter sobre as especificidades da classificação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação matemática. Formação de professores. Formação inicial. Tarefas formativas.

## **SPECIALIZED KNOWLEDGE OF THE FUTURE TEACHER OF EARLY CHILDHOOD EDUCATION TO REFLECT ON ALGEBRAIC THINKING IN A PROFESSIONAL TRAINING TASK OF CLASSIFICATION**

**ABSTRACT:** This article aims to identify elements of the specialized knowledge mobilized by future teachers of Early Childhood Education in initial training on algebraic thinking when they develop a professional formative classification task. The selection was made because we believe that classification is a learning topic in Early Childhood Education that can foster logical-mathematical thinking, which in turn allows us to reflect on and develop algebraic thinking by considering the relationships that are evident in the classification process. Therefore, the theoretical framework we used for this analysis is Mathematics Teacher's Specialized

---

<sup>1</sup> Este trabalho foi realizado no âmbito dos Projetos de Investigação com referência PID2021-122180OB-I00 do MCIN (Governo da Espanha), ProyExcel\_00297 da Equipe de Andaluzia (Espanha), como atividade do Instituto Interuniversitário Andaluz de Investigação Educativa (IEDU-Sevilha, Espanha), da Rede MTSK (patrocinada pela AUIP) e do grupo de pesquisa GIEM (FQM-226, Andaluzia, Espanha).

<sup>2</sup>Pós-doutora em Educação pela Universidade de Sevilha. Doutora em Educação Matemática pela PUC-SP. Professora da Universidade de Brasília. E-mail:edvonete.alencar@unb.br

<sup>3</sup>Doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Huelva. Professora da Faculdade de Educação na Universidade de Sevilha. E-mail:mcmunozcatalan@us.es

<sup>4</sup>Doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Huelva. Professora da Faculdade de Educação na Universidade de Sevilha. E-mail:mlinan@us.es

Knowledge (MTSK). The methodology used was a Teaching Experiment, applied in two initial training classes for early childhood education teachers at the University of Seville. Our results suggest the possibility of advancing discussions about the mathematical knowledge early childhood education teachers need regarding the specificities of classification.

**KEYWORDS:** Mathematics education. Teacher education. Initial training. Training tasks.

## Introdução

Este artigo é produto de uma pesquisa desenvolvida na Universidade de Sevilha, realizada nos anos de 2023 e 2024, que teve como objetivo identificar elementos dos conhecimentos especializados mobilizados por futuros professores de Educação Infantil no contexto de uma tarefa formativa centrada no pensamento algébrico quando desenvolvem uma tarefa formativa profissional de classificação. Sabemos que a formação inicial está relacionada com o formador que a institui, com o currículo proposto de formação e as características e especificidades dos estudantes em formação docente para a educação infantil (Joglar-Prieto, Liñán-García y Contreras<sup>5</sup>; Barreira-Castarnado, Contreras; Liñán-García; Muñoz-Catalán<sup>6</sup>). Quando pensamos no público de formação inicial e pensamento algébrico consideramos que há poucas pesquisas que permitam uma reflexão sobre os conhecimentos importantes para a temática, como citado por Beck e Silva<sup>7</sup>; e Pincheira e Alsina<sup>8</sup>.

Portanto, consideramos que as reflexões sobre o pensamento algébrico, apesar de ter iniciado pela pesquisa de LaCampagne et. al.<sup>9</sup> que traz reflexões

<sup>5</sup> Joglar Prieto, N., Liñán García, M. d. M., & Contreras González, L. C. (2022). MTSK en la formación inicial del profesorado de primaria. En Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino (pp. 207-222). Dykinson.

<sup>6</sup> Barrera Castarnado, V. J., Contreras González, L. C., Muñoz Catalán, M. C., Liñán García, M. M. (2024) Conocimiento especializado del profesor: un experimento de enseñanza centrado en una tarea formativa sobre geometría. AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 26, 1-19. <https://doi.org/10.35763/aiem26.5359>

<sup>7</sup> Beck, V. C. ; Silva, J. A. (2015). O Estado da Arte das Pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com Crianças. REVEMAT, v. 10, p. 197-208.

<sup>8</sup> Pincheira, Nataly; Alsina, Ángel. (2021) Teachers' mathematics knowledge for teaching early algebra: A systematic review from the mkt perspective. *Mathematics*, v. 9, n. 20, p. 2590, Disponível em: <<https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/20017/033981.pdf?sequence=1>>. Acesso em dez. 2022.

<sup>9</sup> Lacampagne C. B., Blair W., Kaput J. J., (Eds.). (1995) *The algebra initiative colloquium: Vol 1: Plenary and reactor papers*. Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement. Vol 2: Working group papers ED385437.pdf Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf>.

sobre investigações com o tema do pensamento algébrico, demonstrando como esse pode ser ensinado e por outro lado o documento do NCTM<sup>10</sup> mostra uma reflexão curricular, elencando quais habilidades e conteúdos devem ser desenvolvidos quanto ao pensamento algébrico. Notamos como essas reflexões sobre como o conhecimento do pensamento algébrico vêm avançando consideravelmente em diferentes etapas escolares, mas pouco se vê sobre estudos que relacionam a formação inicial com o modelo teórico em *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*, o pensamento algébrico e sua relação com a classificação. Assim, vimos mais pesquisas em outros conteúdos como na área da geometria, números e operações (Barreira- Castarnado; Contreras; Liñán Garcia, Munoz Catalan<sup>11</sup>), mas fica claro que o desenvolvimento de pesquisas no pensamento algébrico com especificidade na classificação como precursor deste conteúdo para a formação inicial no modelo teórico *Mathematics Teaching Specialized Knowledge* - MTSK é uma discussão inédita. Esse fato constatamos na pesquisa de revisão de Moriel Junior<sup>12</sup> sobre as investigações do modelo MTSK que não apresenta em seus dados pesquisas com essa abordagem temática. Ademais, consideramos que apesar de terem outros estudos formativos com a temática proposta, o uso do modelo MTSK propõe reflexões mais direcionadas para a formação do professor com especificidade em um tópico matemático, no caso desse artigo, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Consideramos que a classificação é precursora do pensamento algébrico, pois a mesma é a consequência de ter havido uma relação sobre o conjunto. Assim, essa relação gera um subconjunto do conjunto inicial. E no caso da relação ser de equivalência, esses conjuntos são disjuntos e a sua união foram o conjunto inicial. Diante do exposto, consideramos que a classificação é importante para a formação de conjuntos e estes são a base para o estudo da álgebra, pois é por meio deles que é possível estudar as propriedades, suas características e as operações que as envolvem. Assim, classificar na educação infantil permite o desenvolvimento de

<sup>10</sup> NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Retrieved from <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Algebra/>

<sup>11</sup> Vide rodapé 5.

<sup>12</sup> Moriel Junior, J. G. (2021) Conhecimento especializado de professores de matemática (MTSK) na Web of Science até 2020. *Zetetike*, 29(00), e021022. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8660030>

percepções das características estruturais dos elementos matemáticos, que estão presentes na formação de conjuntos e por consequência no pensamento algébrico. Por isso, com a classificação é possível identificar semelhanças e diferenças entre os objetos que serão classificados (NCTM<sup>13</sup>, Kaput<sup>14</sup>, Blanton & Kaput<sup>15</sup>, Carraher e Schliemann<sup>16</sup>). Dessa forma, a seleção pelo conteúdo de classificação foi dada porque consideramos que as relações estabelecidas na classificação, especificamente na formação de conjuntos, permitem a identificação de propriedades para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Outra justificativa é que o pensamento algébrico tem sido apresentado nos documentos curriculares em diferentes países demonstrando o desenvolvimento o conteúdo classificação, tais dados são evidenciados pelos documentos da NCTM<sup>17</sup> e Brasil<sup>18</sup> assim como na pesquisa de Acosta e Alsina<sup>19</sup> que mencionam que em países como Singapura, Austrália e Nova Zelândia incorporaram o ensino de álgebra na educação infantil.

Considerando que os dados recolhidos por estes estudos indicam e reafirmam a necessidade de desenvolver pesquisas sobre a formação do professor para ensinar o pensamento algébrico é que nos debruçamos sobre essa investigação.

Assim, essa pesquisa tem como objetivo identificar elementos de conhecimentos especializados mobilizados por futuros professores de Educação Infantil em formação inicial sobre e o pensamento algébrico quando desenvolvem uma tarefa formativa profissional de classificação.

<sup>13</sup>Vide rodapé 9

<sup>14</sup>Kaput, J. J. (2008) *What is algebra? What is algebraic reasoning?* In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). New York, NY: NCTM & Lawrence Erlbaum Associates.

<sup>15</sup> Blanton, M., & Kaput, J. (2011) *Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades*. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2)

<sup>16</sup> Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2019) *Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5*. *Infancia y Aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development*, 42(3), 479-522. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570>

<sup>17</sup> Vide rodapé 9

<sup>18</sup> Brasil. Ministério da Educação. (2018) *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.

<sup>19</sup> Acosta, Y. Y Alsina, (2020) Á. Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>.

Assim, a questão investigativa que nos comprometemos a responder neste artigo é: Quais são os conhecimentos especializados com foco no pensamento algébrico são revelados por futuros professores de educação infantil por meio de uma tarefa formativa profissional de classificação? Diante do exposto organizamos este artigo apresentando o referencial teórico utilizado, a metodologia indicando como se realizou a investigação, a análise dos dados e as considerações finais.

### **Contextos do referencial teórico utilizado**

Apresentamos esse referencial teórico em dois contextos um que explora sobre como a classificação está relacionada com o desenvolvimento do pensamento algébrico e o segundo contexto apresenta o *Mathematics Teaching Specialized Knowledge* de Carrillo et. Al.<sup>20</sup>que fundamentará nossas análises.

### **Mas, por que pensamento algébrico por meio da classificação?**

O tema do pensamento algébrico teve início com os estudos de LaCampagne et al<sup>21</sup> e consideramos interessante trazê-lo nesse artigo porque foi por meio dessa comunicação científica que se iniciou as reflexões sobre o tema pensamento algébrico e o ensino. Já no documento curricular do NCTM<sup>22</sup>, propõem-se as primeiras reflexões sobre os tópicos curriculares do pensamento algébrico para a educação.

O NCTM<sup>23</sup> menciona que os alunos em seu processo de aprendizagem devem:

- Compreender padrões, relações e funções
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas
- Analizar a mudança em vários contextos.

<sup>20</sup> Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, Luis C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C: The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*.2018. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

<sup>21</sup> Vide rodapé 8

<sup>22</sup> Vide rodapé 9

<sup>23</sup> Vide rodapé 9

E por trazer os padrões de aprendizagem o NCTM<sup>24</sup> propõe a reflexão sobre as características do pensamento algébrico para o desenvolvimento da aprendizagem. Autores como Squalli<sup>25</sup> complementam as ideias de NCTM<sup>26</sup> e apresentam elementos para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Cabe ressaltar que apesar da investigação não trazer reflexões sobre o pensamento algébrico na Educação infantil essa traz elementos importantes para que possamos tecer um constructo teórico. Assim, Squalli<sup>27</sup> nos diz da importância de desenvolver algumas habilidades para que o pensamento algébrico se aprofunde, sendo essas: i) pensamento analítico; ii) construção, interpretação e validação de modelos algébricos podendo estar envolvidas em situações reais ou desconectadas, mas essencialmente matemáticas; iii) manipulação de situações algébricas com regras definidas; iv) abstração e generalização de relações, regras e estruturas algébricas

Diante do exposto Blanton e Kaput<sup>28</sup>: o pensamento algébrico é o: "processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso argumentativo, e as expressam em formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade (p. 413)"

Por tanto, para essa pesquisa escolhemos a classificação como nosso tema matemático e evidenciamos que essa permite o estabelecimento das conexões fazendo com que saibamos o que é um conjunto e quais as implicações para a formação de um conjunto. E na Educação infantil o conhecimento precursor da formação de conjuntos é a classificação. De acordo com Lorenzato<sup>29</sup>, para o professor desenvolver conceitos básicos em educação infantil precisa explorar sete campos mentais e entre esses a classificação. O autor nos diz sobre o que caracteriza uma classificação, sendo como o "ato de separar em categorias de

<sup>24</sup> Vide rodapé 9

<sup>25</sup> Squalli, H. (2003) *Tout, tout, tout, vous saurez tout sur l'algèbre*. Trois-Rivières: Éditions Bande Didactique.

<sup>26</sup> Vide rodapé 9

<sup>27</sup> Vide rodapé 23

<sup>28</sup> Blanton, M; Kaput, J. (2005) Characterizing a classroom practice that promotes algebraic thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), p. 412-446.

<sup>29</sup> Lorenzato, Sergio. (2008) *Educação Infantil e Percepção Matemática*. Campinas/SP: Autores Associados. pg. 23 a 29.

acordo com semelhanças ou diferenças" Essa percepção implica selecionar e agrupar objetos em classes, de acordo com uma regra ou princípio.

Complementarmente a ideia de que classificação está envolvida com as relações do conjunto, o NCTM<sup>30</sup> traz a especificidade para a Educação Infantil:

- ordenar, classificar e ordenar objetos por tamanho, número e outras propriedades;
- reconhecer, descrever e ampliar padrões tais como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples e traduzir de uma representação para outra;
- analisar como os padrões de repetição e crescimento são gerados.

Desta forma, consideramos que a classificação permite desenvolver o conhecimento sobre o que é um conjunto, quais são suas propriedades e quais são as suas relações. O desenvolvimento da flexibilidade do pensamento é o que nos permite desenvolver habilidades do pensamento algébrico.

Outras pesquisas como a de Carraher e Schliemann<sup>31</sup> nos direcionam para a hipótese de que é por meio dessas generalizações que se estabelecem os processos de constituição de conjunto por meio de critérios de classificação e por isso consideramos como uma habilidade mental precursora para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

## **Mathematics Teacher's Specialised Knowledge**

Para o propósito desse estudo, utilizamos o modelo teórico *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), Carrillo et. al.<sup>32</sup>, pois consideramos que ele é adequado tendo em conta as especificidades que estabelecem com os domínios e subdomínios apresentados.

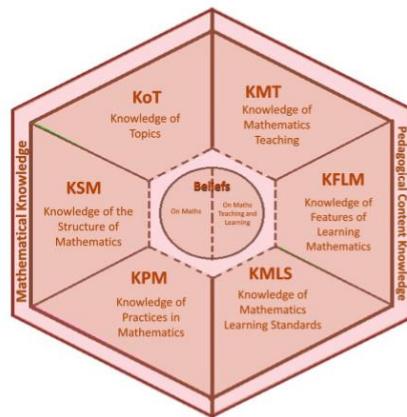
Como podem ver na Figura 1 o modelo MTSK está organizado em dois domínios o MK - Conteúdo Matemático e o PCK - Conhecimento pedagógico do conteúdo

<sup>30</sup> Vide Rodapé 9

<sup>31</sup> Vide rodapé 15

<sup>32</sup> Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, Luis C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018): The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

**Figura 1 – Modelo MTSK**



Fonte: Carrillo <sup>33</sup>

Podemos observar que cada domínio tem três subdomínios (KoT - Conhecimento dos tópicos, KSM -Conhecimento da estrutura da matemática, KPM - Conhecimento da prática matemática, KMT -Conhecimento do ensino de matemática, KFLM -Conhecimento das características da aprendizagem de matemática, KMLS-Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática. No meio estão as crenças dos professores. Deve-se destacar que apesar dessa organização há uma relação entre eles para que seja formado o conhecimento especializado do professor que ensina matemática.

Assim, resumidamente, apresentamos a seguir do que se tratava cada um deles:

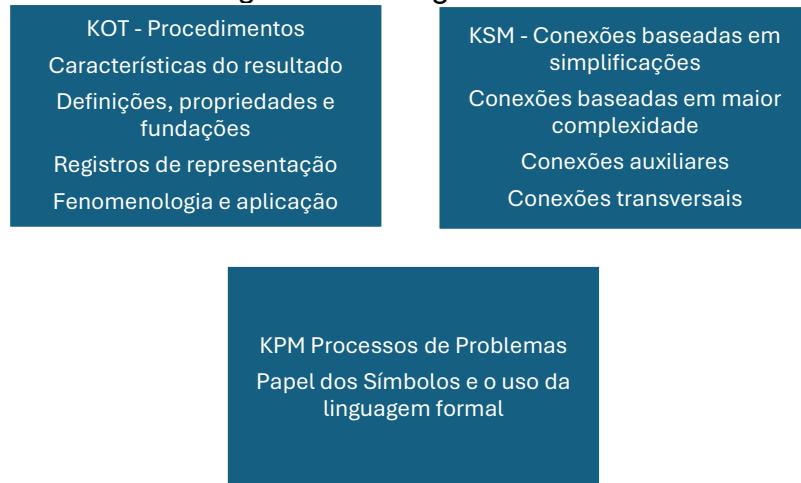
- KoT-Conhecimento dos tópicos refere-se as propriedades do conhecimento matemático, aos sistemas de representação, a fenomenologia e outras especificidades do conteúdo.
- KSM -Conhecimento da Estrutura da Matemática, refere-se as estruturas inerentes ao tópico matemático como as suas conexões e simplificações
- KPM - Conhecimento da Prática Matemática, refere-se a como o conhecimento se procede para a construção do conhecimento matemático.
- KMT - Conhecimento do ensino de matemática, refere-se às estratégias e meios utilizados para ensinar, as teorias de aprendizagem, as limitações dos recursos, o entendimento do desenvolvimento do pensamento para o ensino dos estudantes.
- KFLM - Conhecimento das características de Aprendizagem da Matemática, refere-se a teorias de aprendizagem e compreensão de como os alunos aprendem

<sup>33</sup> Vide rodapé 30

- KMLS - Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática refere-se ao conhecimento curricular e ao conhecimento das sequências de conteúdos a serem ensinados.

Sinalizamos ainda, que esse artigo concentra suas análises no domínio – *Conhecimento Matemático*, no qual apresentamos as suas categorias baseadas nos estudos de Carrillo et. al.<sup>34</sup> e Muñoz-Catalán et al.<sup>35</sup>.

Figura 2 – Categorias MK



Fonte: Adaptado pela autora a partir de Carrillo et al.<sup>36</sup>

Ainda, quanto às especificidades apontadas por Carrillo et. al.<sup>37</sup> temos os seguintes questionamentos: Como fazer alguma coisa? Quando fazer alguma coisa? Por que algo é feito dessa maneira? E as como são apresentadas as características do resultado?

Tendo em conta o exposto no quadro teórico, na próxima seção explicaremos como foi o desenvolvimento do estudo, apresentando mais sobre a metodologia.

---

<sup>34</sup> Vide Rodapé 30

<sup>35</sup> Muñoz-Catalán, M.C., Ramírez-García, M., Joglar-Prieto, N. Y Carrillo-Yáñez, J. (2021) Early childhood teachers' specialised knowledge to promote algebraic thinking as from a task of additive decomposition (El conocimiento especializado del profesor de educación infantil para fomentar el pensamiento algebraico a partir de una tarea de descomposición aditiva). *Journal for the Study of Education and Development*, 45(1), 37-80. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>.

<sup>36</sup> Vide Rodapé 30

<sup>37</sup> Vide Rodapé 30

## Caminhos da pesquisa - Metodologia

Por tratar-se de uma pesquisa sobre o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, no qual estão inseridos os professores de Educação Infantil pois esses também ensinam matemática para crianças de 0 a 5 anos, que pode ser identificado por meio da resolução de tarefas formativas profissionais. No desenvolvimento do nosso estudo será adotada um paradigma interpretativo (Bassey<sup>38</sup>) e um desenho de investigação consistente *Teaching Experiments*, que, na perspectiva de Steff e Thompson<sup>39</sup> (2000) nos diz sobre a importância da metodologia para os pesquisadores experienciarem, os alunos desenvolverem a aprendizagem do raciocínio matemático. Os autores ainda dizem que sem a experiência do ensino não teríamos como chegar a compreender diferentes conhecimentos matemáticos. Assim, essa metodologia propõe dois aspectos de interesse o primeiro que nos faz pensar sobre que matemática ensinar para os alunos e o segundo reflete sobre como pensar nos limites conceituais do conhecimento para o desenvolvimento da tarefa.

Essa metodologia ocorre por episódios de ensino, em tal caso fizemos três episódios, o primeiro foi a preparação da tarefa formativa profissional entre os formadores, o segundo foi a preparação da turma abordando aspecto sobre o que é uma classificação de seus componentes e o terceiro episódio foi a tarefa de classificação para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Estamos interessados em identificar elementos dos conhecimentos especializados mobilizados por futuros professores de Educação Infantil em uma formação inicial sobre o pensamento algébrico quando desenvolvem uma tarefa formativa profissional de classificação.

As atividades que estarão no estudo são as diferentes representações, os registros que promoverão a interpretação e análise dos resultados, os depoimentos elaborados pelos sujeitos, o planejamento e organização desses itens no

<sup>38</sup> Bassey, M. (1999) Case study research in educational settings. Buckingham: Open University Press.

<sup>39</sup> Steffe L. P. & Thompson P. W. (2000) *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. In: Lesh R. & Kelly A. E. (eds.) Research design in mathematics and science education. Lawrence Erlbaum, Hillsdale NJ: 267–307.

desenvolvimento das tarefas, os recursos a serem utilizados e os meios de intervenção e mediação entre o investigador e os sujeitos da investigação.

O *Teaching Experiments* também tem como característica o registro, que se refere a escrita de todo o processo investigativo. Neste sentido, na pesquisa por parte dos professores participantes serão observados, registrados e analisados os dados obtidos durante o processo de formação e desenvolvimento dos conceitos matemáticos sobre o pensamento algébrico, por meio de uma tarefa de classificação a professores em formação inicial para a educação infantil.

Na seção a seguir abordaremos sobre a tarefa formativa profissional e como essa foi consolidada.

### **A tarefa formativa profissional**

Consideramos que é instrumento de pesquisa importante, pois aproxima situações reais e favorece o aluno em refletir sobre diferentes resoluções e alternativas de aulas. (Da Ponte et. al<sup>40</sup>, Munhoz Catalan et al<sup>41</sup>; Castarnado, Contreras, Muñoz Catalán, Liñán García<sup>42</sup>)

Joglar - Prieto, Liñán-García e Contreras<sup>43</sup> reafirmam as considerações dos autores anteriores e consideram que são tarefas de formação profissional:

Quando um professor de matemática desenha atividades para ajudar a compreender um determinado conceito ou procedimento, quando procura a forma de responder uma pergunta de um aluno, quando tenta interpretar as razões das dificuldades de um determinado conteúdo, quando ele decide que tarefa realizar das propostas do livro, quando reflete sobre qual recurso pode ser mais útil na sala de aula.

Os autores evidenciam esses exemplos de tarefas formativas profissionais, ou que permite esclarecer mais sobre como explicaremos a construção de nossa

<sup>40</sup> Ponte, J. P. et al. (2012) Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 5, n. temático, p. 7-24.

<sup>41</sup> Muñoz-Catalán, M. C., Ramírez-García, M., Joglar-Prieto, N. & Carrillo J. (2022) Mathematics Teacher's Specialised Knowledge to promote Algebraic Reasoning in Early Childhood Education as from a task of additive decomposition. *Infancia y Aprendizaje. Journal for the Study of Education and Development*, 45, 37-80. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>

<sup>42</sup> Vide rodapé 5

<sup>43</sup> Joglar-Prieto, N., Liñán-García, M. M. & Contreras, L. C. (2002) Mtsk en la formación inicial del profesorado de Primaria. En: J. Carrillo, M. Á. Montes & N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 207-222). Dykinson.

tarefa investigativa. Usamos transcrições de gravações de vídeo de aulas verídicas para obter os dados com possíveis conhecimentos dos futuros professores de educação infantil.

Para a realização desta metodologia fizemos uma tarefa formativa profissional que permitiu a reflexão sobre o conhecimento especializado do professor de Educação Infantil em relação ao pensamento algébrico por meio da classificação. E a construção da tarefa considerou a especificidade da formação de professores da educação infantil para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois as autoras Alencar, Munhoz Catalán e Linan Garcia (2023) fizeram um estudo, demonstrado na tabela 1, para contribuir com a aproximação do pensamento algébrico pela classificação ao modelo teórico MTSK. Vamos dar profundidade à apresentação dos subdomínios para o conhecimento matemático.

**Quadro 1 - Conhecimentos especializados para professores de ensino classificação**

<b>Subdomínio</b>	<b>Conhecimentos</b>
KoT	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Saber que para estabelecer uma relação deve definir o conjunto sobre o qual atua</li> <li>- A designação precisa de um conjunto por extensão e por compreensão para favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos</li> <li>- Saber que a classificação matemática, entendida como resultado da aplicação de uma relação de equivalência, tem suas próprias características: gera classes de equivalência, os elementos de cada classe são equivalentes, implica processos de identificação, mas depende da relação de equivalência que se define num conjunto determinado.</li> <li>- Conhecimento de que a classificação resulta da aplicação de uma relação de equivalência a um conjunto</li> <li>-Conhecer as propriedades que uma relação binária deve cumprir para ser uma relação de equivalência (propriedades reflexiva, simétrica e transitiva)</li> <li>- Conhecer as características das propriedades das relações binárias.</li> <li>-Saber o que é uma relação binária</li> <li>-Conhecer as condições necessárias e suficientes para que uma relação binária se cumpra e suas propriedades</li> <li>-Saber que a classificação é subjacente ao sentido numérico (o sistema de numeração decimal)</li> <li>-Saber que a classificação permite conhecer o mundo organizando-o na tipologia dos elementos que o constituem, o que evolui para a compreensão desta ciência (e de qualquer outra)</li> </ul>

	-Saber que existem classificações diferentes baseadas em: o número de critérios a considerar, a aplicação simultânea de critérios (classificações cruzadas) e a relação entre as classes (categorização)
KSM	O conhecimento pré-numérico como precursor do pensamento algébrico
KPM	<p>-Designação como prática de identificação dos atributos dos objetos, precursora da classificação</p> <p>-O papel da designação precisa de um conjunto por extensão e por compreensão para favorecer a compreensão de conceitos matemáticos</p> <p>-O papel da simbolização e da linguagem formal para expressar uma relação binária e o significado de necessário e suficiente nessa relação</p> <p>-Comparação de elementos do conjunto para estabelecer semelhanças e diferenças</p>

Fonte: Alencar, Munhoz Catalán e Linan Garcia<sup>44</sup>

O resultado da análise dessas etapas deverá promover a elaboração de uma reflexão sobre os conceitos que envolvem o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de uma tarefa de classificação, de modo que este estudo seja utilizado posteriormente para reformulações das formações iniciais e promova uma melhor compreensão das ideias que envolvem esse tema.

Com isso, nesta pesquisa identificamos o conhecimento especializado mobilizado pelos alunos no contexto de uma tarefa formativa específica sobre a classificação e como é a formação dos futuros professores da Educação Infantil na Universidade de Sevilha.

Esta pesquisa foi realizada nos anos de 2023 e meados de 2024. A pesquisa ocorreu em duas aulas para formação de professores de Educação Infantil, com uma média de 40 alunos, onde para a pesquisa analisamos os dados de três equipes com 5 participantes, na disciplina “Desenvolvimento do pensamento lógico matemático”, na Universidade de Sevilha - Espanha.

As estudantes são espanholas em grande parte da região de Sevilha, são jovens com idade média de 21 anos, estudam a formação para exercer o magistério na educação infantil e estudam as disciplinas destinadas à Educação Matemática. Assim, esses alunos já tinham nas aulas estudos prévios sobre a classificação, a construção de conjuntos e as relações entre eles.

---

<sup>44</sup> Alencar, E. A. Munhoz Catalán M. C. e Linan Garcia M. M. (2023) Aproximação do conhecimento especializado do professor de educação infantil para ensinar o pensamento algébrico – classificação. *Anais. VI CIMTSK*. Chile.

Desta forma, foram observadas as aulas destinadas a essa formação, realização de leituras e fizemos o desenvolvimento de uma tarefa formativa em relação ao pensamento algébrico por meio da classificação.

Com isso, elaboramos a tarefa a ser desenvolvida nas classes selecionadas, conforme podemos ver no quadro 2.

#### Quadro 2 - A tarefa

A professora Victoria toda sexta-feira leva os alunos da Educação Infantil (4 - 5 anos) à "brinquedoteca". É um momento que os alunos gostam muito, pois brincam, se divertem, mas com as intervenções realizadas pela professora também aprendem.

A "brinquedoteca" possui prateleiras acessíveis aos alunos, o que lhes permite ter autonomia para recolher os brinquedos e também organizá-los antes de sair da sala.

A "ludoteca" contém: 1 urso pequeno rosa, 1 urso grande marrom, 1 urso médio creme , 1 urso pequeno laranja, 2 carrinhos azuis (sendo um azul claro e o outro escuro) 1 carro verde com controle remoto, 1 carro vermelho, 1 carro rosa, 1 ônibus, 1 trator, 2 bonecas de bebê de tamanho médio, 3 bonecas pequenas (uma com cabelo longo preto, outra com cabelo curto ruivo e outra com cabelo loiro com medio comprimento), 2 conjuntos de construções (um com peças arredondadas e outro com peças retangulares), 3 jogos do três em linha, 5 bolas (2 azuis grandes e 3 laranjas pequenas), 7 fantasias (2 de princesa- rosa/príncipe - azul, 3 de super-herói/heroína e 2 de animais), 1 casa de bonecas com pequenos móveis e utensílios de uso diário.

Fonte: Própria

Diante do contexto da tarefa, elaboramos duas situações, neste artigo vamos analisar uma delas, com parte das questões dirigidas, dada a extensão limitada que oferece a revista. Ressaltamos que as questões apresentadas nesse artigo foram pensadas para refletir sobre o domínio do Conhecimento Matemático - MK. Podemos observar a situação na Tabela 3.

### Quadro 3 – A situação da tarefa

Professora Victoria: Olá, alunos. Hoje temos nossa atividade na "brinquedoteca" e cada um de vocês poderá escolher três brinquedos para brincar.

A professora observa que Maria escolhe o carro rosa, o ursinho rosa e a fantasia de princesa rosa. A professora pergunta: Por que escolheu esses brinquedos?

Maria responde: Porque eu gosto de brinquedos cor-de-rosa.

Ao mesmo tempo a professora observa que Manuel escolheu o carro azul claro, o carro branco com controle remoto e o trator. Para a mesma pergunta o aluno respondeu:

- Porque esses brinquedos se movem e eu posso conduzi-los.
- Perguntas de reflexão justificando suas respostas ao ler a situação:

  1. Que relação estabelece a aluna? Formule-a matematicamente.
  2. Existem brinquedos que não estão relacionados? Quais?
  3. Que tipo de relação é?
  4. Que outras relações poderiam ser estabelecidas com esse conjunto de brinquedos? De que tipo seriam?

Fonte: Própria

Ressaltamos que foi realizada uma contextualização do que consideramos na tarefa como ludoteca, sendo esse um espaço escolar para as atividades de educação infantil no Brasil. Por ser a tarefa em que um das investigadoras veem do contexto brasileiro, considerou-se adequado realizar a contextualização levando em conta as diferenças para o contexto educacional espanhol, em que as estudantes da pesquisa estão inseridas.

O contexto da Tarefa e de cada situação foi lida na sua totalidade, assim como cada pergunta separadamente, para que dessa oportunidade de reflexão das alunas, elaboração de respostas e discussão dos apontamentos realizados.

Para analisar os dados fizemos uma tabela com as respostas de cada equipe por se tratar de muitos dados escolhemos aqueles que se destacarão ou contribuiriam de forma mais profunda reflexões sobre a classificação

Na próxima seção nós trazemos as análises realizadas da pesquisa demonstrando indícios dos aspectos necessários para desenvolver uma formação inicial para que ocorra a aprendizagem do conhecimento especializado para ensinar o pensamento algébrico por meio da classificação.

### **Os conhecimentos revelados - Análise**

Ao analisar a primeira questão de reflexão "Que relação estabelece a aluna? Formule-a matematicamente". As estudantes começaram a procurar nas telas

dos estudos anteriores como poderiam relacionar o conhecimento visto com a nova situação. Isso foi uma boa observação por parte das estudantes, porque identificamos o interesse das mesmas para procurar como resolver a tarefa.

Ao abrir para discussão a resposta foi: Relação de equivalência. Se A e B e dois elementos do conjunto B e A se relacionam com B. Se A tem a mesma cor que B e A e B são do mesmo conjunto se tem a mesma cor rosa. Por meio dessa resposta foi possível iniciar nossa reflexão sobre as propriedades de um conjunto.

As estudantes poderiam elaborar e refletir sobre como as propriedades são necessárias para que se tenha um conjunto. Os registros escritos indicarão que a futura professora precisa saber o que é um conjunto, para isso a situação proposta as faz refletir sobre o conjunto que a estudante fez e quais relações se estabeleceram.

Assim, selecionamos os trechos mais interessantes para a discussão neste artigo. Os critérios de seleção foram aqueles que identificam as relações e as descrevem como equivalentes, outro grupo que descreve como uma relação binária e outro que não identifica as relações com profundidade.

Quadro 4 – Respostas das equipes 1

Equipe 1 - A relação que Maria estabelece nos brinquedos que escolheu é rosa, todos os brinquedos são dessa cor. Em vez Manuel a relação que tem com os brinquedos escolhidos são os transportes, já que são os brinquedos que ele pode ir movendo em qualquer superfície. Conjunto: brinquedos da classe (M) Relação: brinquedos da mesma cor (a e b) Fórmula: dado dois elementos do conjunto M, o elemento a está relacionado com o b, se a tem "a mesma cor" que b É uma relação de equivalência pois permite estabelecer uma relação entre os elementos do conjunto que compartilham certas características neste caso a cor. Além disso, esta é reflexiva já que todo elemento do conjunto está relacionado consigo mesmo; simétrica porque um elemento está relacionado com outro e transitiva pois permite relacionar dois objetos entre si indiretamente, através de um terceiro. Todos esses brinquedos estão relacionados por uma característica em comum, o carro rosa. A relação que a aluna Maria estabelece ao escolher os brinquedos cor-de-rosa pode ser formulada matematicamente como uma preferência pelos brinquedos cor-de-rosa. Em termos matemáticos, poderia ser expresso como: Preferência de Maria = {carro rosa, urso pequeno rosa, fantasia de princesa} Maria escolhe esses brinquedos com base em seu gosto pela cor rosa, o que mostra uma clara preferência na sua seleção de brinquedos no "ludoteca".

Equipe 7 Conjunto: Todos os brinquedos da sala de jogos (M) Relação: Brinquedos cor-de-rosa (A e B)

Dado um conjunto formado pelos brinquedos que há na ludoteca, definimos a relação de brinquedos cor-de-rosa.

1. Formulado matematicamente: dados dois elementos do conjunto "M", o elemento "A" está relacionado com o elemento "B", se "A" tem a mesma cor (rosa) que "B". É uma Relação Binária, pois essas relações são estabelecidas entre 2 elementos de um conjunto cada vez. Ou seja, é uma relação de dois em dois (binária).

Equipe 32 A relação que Maria estabelece é uma relação de preferência pela cor rosa nos brinquedos.

Matematicamente, pode ser formulada como:

Maria escolhe x se x é rosa

Fonte: Própria

Vemos que as estudantes podem identificar o que é um conjunto e que por meio destes é possível formar relações e se formar subconjuntos. Notamos assim, que esta pergunta incita os futuros mestres a pensar no conhecimento matemático para ensinar classificações e como estas estão intimamente ligadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Assim, infere-se que o professor deve saber o que é um conjunto e suas possíveis relações para o melhor desenvolvimento de suas ações pedagógicas. Observou-se as características próprias e foi investigado que quando se pede aos alunos para escrever matematicamente sobre as relações de conjuntos, há quem (os estudantes do equipo1) consiga perceber que para ter uma relação de equivalência é necessário cumprir as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Há aqueles estudantes (equipe 7) que identificam somente a relação binária, mas não aprofundam em suas características, isso mostra uma superficialidade no conhecimento sobre o conjunto. Há ainda os que tem dificuldade em refletir sobre o tema e estão em processo inicial e só formulam matematicamente, mas não há profundidade sobre as aprendizagens (equipe 32)

Essa questão nos leva a refletir ainda por que um professor precisa saber as propriedades da equivalência para ensinar os alunos de educação infantil? E a resposta é que saber o que é um conjunto, como isso está relacionado e como são suas propriedades nos fazem ter maior conhecimento para ensinar e desenvolver situações para os alunos, como no exemplo que trazemos com a classificação dos brinquedos.

Para tanto uma situação de jogo está envolvida com o processo de aprendizagem que o professor para colocá-la em atividade tem que entender como essa pode ser utilizada e qual é o conhecimento que está a desenvolver. Assim, a

compreensão do conjunto como um todo, e como suas propriedades são identificadas no conhecimento matemático – KoT, com especificidade na categoria Definições, propriedades e fundações. Além disso, propor que as estudantes pensem na ideia e das características do que é um conjunto está associado ao conhecimento pré-numérico importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico, e esse conhecimento é visto no conhecimento da Estrutura da Matemática - KSM, categoria de conexões transversais, que são aquelas não do mesmo conteúdo matemático, mas que fundamentam e compõe as aprendizagens de determinada área.

Ainda notamos, o Conhecimento das Práticas Matemáticas - KPM, na categoria Papel dos Símbolos e o uso da linguagem formal, quando identificamos o papel da simbolização e da linguagem formal ao escrever sobre os critérios da aluna de maneira matemática.

Quando pedimos às estudantes para pensar na questão: Existem brinquedos que não estão relacionados? Quais? Identificamos que não há questão sobre as diferenças entre os tipos de classificações e que existem outras maneiras de fazê-lo como podemos ver no quadro 5.

Para refletir sobre este artigo a respeito do conhecimento de mestres em treinamento escolhemos duas respostas uma que não identifica a relação entre os brinquedos e outra que os identifica como dependente como se faz as relações.

#### Quadro 5 – Respostas das equipes 2

Equipe 6 - Sim, há brinquedos que não estão relacionados uns com os outros, porque a relação é estabelecida quando eles têm a mesma cor, portanto um rosa não se relaciona com um diferente de rosa.

Equipe 17 - Depende do relacionamento que você faz. Se a relação que você faz é que se A e B são rosas e os outros não rosa, está relacionado com cor rosa ou não rosa.

Fonte: Própria

Notamos que há equipes que descrevem como não possível as relações dos conjuntos fazendo inferências sobre os critérios utilizados, mas há outros que simplesmente escrevem que depende do que escolhemos como parte do conjunto. Assim, se vê como as futuras professoras de educação infantil entendem que em um conjunto é possível delimitar outro conjunto a depender dos critérios. Refletir

sobre isso nos faz compreender as extensões de um conjunto e que eles podem compará-los e identificar suas propriedades. Percebemos o Conhecimento dos Tópicos - KoT, na categoria Definições, propriedades e fundações, ao identificar que os alunos começam a entender que há diferentes critérios de classificação e que esses podem ser em conjunto maior, como é o exemplo dos brinquedos.

Nessa pergunta evidenciamos ainda o Conhecimento das Práticas Matemáticas - KPM, categoria Processos de Problemas, pois propomos que os alunos pensem em diferentes formas de comparação, estabelecendo semelhanças e diferenças.

As perguntas 3 e 4 nos fazem pensar sobre: que tipo de relação é? Que outras relações se poderiam estabelecer com esse conjunto de brinquedos? De que tipo seriam?

Essas questões estão relacionadas com as respostas anteriores, pois percebemos que algumas equipes novamente dizem propriedades de equivalência. Assim, escolhemos um exemplo de cada equipe com respostas diferentes para análise neste artigo.

Quadro 6. Respostas das equipes 3

Equipe 9 - A relação dada é binária porque se compara um brinquedo com outro brinquedo e se adiciona um terceiro só precisaria compará-lo com um para saber se estão relacionados ou não.

Dentro da relação binária encontramos uma relação de equivalência, já que cumpre as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva ("ser igual a"). - Reflexiva, já que qualquer elemento do conjunto está relacionado com ele mesmo, pois, a tem a mesma cor que ela.

- Simétrica já que a está relacionado com b porque tem a mesma cor, então b está relacionado com a porque tem a mesma cor. - Transitiva dado se a está relacionado com b porque tem a mesma cor e b está relacionado com c porque tem a mesma cor, então a está relacionado com c porque tem a mesma cor.

As estudantes para a formação do magistério na educação infantil trazem reflexões que a relação é binária e equivalente por atender às propriedades. A equipe 9 não tem um aprofundamento mencionando outras possíveis relações com o conjunto de brinquedos, ou que nos mostra que estão muito concentrados nas propriedades e nos estudos feitos anteriormente na aula.

É interessante como a equipe 6 traz a conclusão de antirreflexivo.

#### Quadro 7 – Resposta da equipe 6

Equipe 6 - "Ter a mesma cor de rosa"

Não existe este tipo de relação em que as propriedades são:

Antirreflexo: porque NÃO todos os elementos do conjunto estão relacionados consigo mesmo, porque nem todos os brinquedos da sala de aula são cor-de-rosa, já que há outras cores.

Simétrica: Sim, sempre que um elemento está relacionado com outro, é certo que o segundo está relacionado com o primeiro.

Transitiva: Sim, porque há relações de 3 elementos -> "A" está relacionada com "B" e "B" está com "C" e então "A" está com "C".

Ter a cor rosa não tem relação de ordem, não tem nome (é um caso especial).

Fonte: Própria

E há equipes que não lidam com relações, eles o fazem de forma superficial, como podemos ver na Equipe 2.

#### Quadro 8 – Resposta equipe 2

Equipe 2 - A relação estabelecida na situação descrita na "ludoteca" entre os brinquedos selecionados pelos alunos Maria e Manuel é de tipo subjetivo e pessoal. Maria escolhe os brinquedos cor de rosa porque gosta, enquanto Manuel escolhe os brinquedos que se movem e pode dirigir. Essas escolhas são baseadas nas preferências individuais de cada aluno, refletindo uma relação subjetiva entre os brinquedos e as preferências pessoais das crianças.

Fonte: Própria

Quanto as respostas da questão 4, geralmente vemos como resposta como o relatado pela equipe 2.

#### Quadro 9 – Resposta Equipe 2

Equipe 2 - Relação por tipo de brinquedo: Os brinquedos poderiam ser agrupados de acordo com seu tipo, como bolas, bonecas, veículos, jogos de construção, fantasias, entre outros. Esta relação seria do tipo categorização por função ou

- Relação por cor: os brinquedos poderiam ser agrupados de acordo com sua cor, como brinquedos rosa, azul, laranja etc. Esta relação seria do tipo classificação por atributo visual.

- Relação por tamanho: brinquedos podem ser organizados de acordo com o seu tamanho, como pequenos, médios e grandes brinquedos. Esta relação seria do tipo classificação por dimensão

- Relação por temática: os brinquedos poderiam ser agrupados de acordo com a sua temática, como brinquedos de princesas, super-heróis, veículos, entre outros. Essa relação seria do tipo classificação por tema ou categoria.

Fonte: Própria

Diante do exposto identificamos que os professores em formação inicial nessa pesquisa, refletem sobre as tarefas abordadas e conseguem desenvolver reflexões para seu conhecimento especializado.

Consideramos que as evidências sobre o conhecimento matemático - MK, seus subdomínios e como a reflexão sobre esse aspecto pode ser interessante para o incentivo de mais pesquisas na temática. O desenvolvimento desta tarefa mostrou a importância de uma preparação prévia dos alunos para professores em formação inicial à Educação Infantil com estudos sobre as relações existentes na classificação e o que é caracterizado como um conjunto. Portanto, vemos durante toda a seção de análise os conhecimentos revelados centram-se no conhecimento matemático – KoT, com especificidade na categoria Definições, propriedades e fundações. Além disso, no conhecimento da Estrutura da Matemática – KSM, categoria de conexões transversais. No Conhecimento das Práticas Matemáticas - KPM, na categoria Papel dos Símbolos e o uso da linguagem formal e na categoria Processos de Problemas.

Além disso, pensar em tarefas que são do cotidiano e estabelecem relações com o fazer pedagógico, possibilitam aproximar-se ao conhecimento inserido na situação.

### **Considerações finais**

Ao desenvolvemos a pesquisa com a tarefa para que as estudantes à professores de Educação Infantil reflitam sobre as relações de classificação e estas permitem ao futuro professor pensar sobre o pensamento algébrico, faz com que nos animemos em algumas conclusões sobre o processo de desenvolvimento para o pensamento algébrico na infância.

O principal aspecto necessário para desenvolver uma formação inicial que ocorra a aprendizagem do conhecimento especializado para ensinar pensamento algébrico por meio de uma tarefa de classificação, é o estudo prévio do que é um

conjunto e quais as relações para se fazer uma classificação, contidas no conhecimento matemático - KoT. Acreditamos que depois do desenvolvimento de tarefas com essa pesquisa propõem-se que os alunos reflitam sobre o cotidiano infantil e por isso pode-se dar mais significado a seus aprendizados. Notamos ainda que outros conhecimentos são importantes como o Conhecimento da Estrutura da Matemática – KSM e o Conhecimento das Práticas Matemáticas – KPM.

Além disso, consideramos que levar tarefas que fazem os futuros professores de educação infantil refletirem sobre o conhecimento matemático em uma situação de classificação, para desenvolver o conhecimento algébrico é algo que pode propor base de estudos para outras pesquisas da área, bem como a reformulação dos estudos de formação inicial dos professores.

## Referências

- ACOSTA, Y. Y ALSINA, Á. Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. **Australasian Journal of Early Childhood**, 45(1), pp. 14-29, 2020. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>. 2020.
- ALENCAR, E. A.; MUNHOZ CATALÁN, M. C.; LINAN GARCIA, M. M. Aproximação do conhecimento especializado do professor de educação infantil para ensinar o pensamento algébrico – classificação. **Anais [...] VI CIMTSK**. Chile, 2023.
- BARRERA CASTARNADO, V. J.; CONTRERAS GONZÁLEZ, L. C.; MUÑOZ CATALÁN, M. C.; LIÑÁN GARCÍA, M. M. Conocimiento especializado del profesor: un experimento de enseñanza centrado en una tarea formativa sobre geometría. **AIEM - Avances de investigación en educación matemática**, 26, pp. 1-19, 2024. <https://doi.org/10.35763/aiem26.5359>
- BASSEY, M. **Case study research in educational settings**. Buckingham: Open University Press, 1999.

BECK, C. V.; SILVA, J. A. O Estado da Arte das Pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com Crianças. **REVEMAT**, v. 10, pp. 197-208, 2015.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic thinking**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), pp. 412-446, 2005.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education*. Berlin Heidelberg: **Springer-Verlag**, 2011. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2).

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: **MEC**, 2018.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5. *Infancia y Aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development*, 42(3), pp. 479-522, 2019. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570>.

CARRILLO-YAÑEZ, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, LUIS C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D., ROJAS, N., FLORES, P., AGUILAR-GONZÁLEZ, A., RIBEIRO, M., & MUÑOZ-CATALÁN, M.C: The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, **Research in Mathematics Education**, 2018. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>.

JOGLAR PRIETO, N.; LIÑÁN GARCÍA, M. D. M.; CONTRERAS GONZÁLEZ, L. C. **MTSK en la formación inicial del profesorado de primaria**. En *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 207-222). Dykinson, 2022.

KAPUT, J. J. **What is algebra? What is algebraic reasoning?** In: J. J. Kaput; D. W. Carraher; M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). New York, NY: NCTM & Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

LACAMPAGNE C. B., BLAIR W., KAPUT J. J., (Eds.). **The algebra initiative colloquium:** Vol 1: Plenary and reactor papers. Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement. Vol 2: Working group papers ED385437.pdf, 1995. Disponível em: <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf>>.

LORENZATO, SERGIO. **Educação Infantil e Percepção Matemática.** Campinas/SP. Autores Associados, pp. 23-29, 2008.

MORIEL JUNIOR, J. G. **Conhecimento especializado de professores de matemática (MTSK)** na Web of Science até 2020. Zetetike, 29(00), e021022, 2021. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8660030>

MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; RAMÍREZ-GARCÍA, M.; JOGLAR-PRIETO, N.; CARRILLO J. Mathematics Teacher's Specialised Knowledge to promote Algebraic Reasoning in Early Childhood Education as from a task of additive decomposition. Infancia y Aprendizaje. **Journal for the Study of Education and Development**, 45, pp. 37-80, 2022. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>.

MUÑOZ-CATALÁN, M.C.; RAMÍREZ-GARCÍA, M.; JOGLAR-PRIETO, N.; CARRILLO-YÁÑEZ, J. Early childhood teachers' specialised knowledge to promote algebraic thinking as from a task of additive decomposition (El conocimiento especializado del profesor de educación infantil para fomentar el pensamiento algebraico a partir de una tarea de descomposición aditiva). **Journal for the Study of Education and Development**, 45(1), pp. 37-80, 2021. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>.

NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: **National Council of Teachers of Mathematics**, 2000. Disponível em: <<https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Algebra/>>.

PINCHEIRA, NATALY; ALSINA, ÁNGEL. **Teachers' mathematics knowledge for teaching early algebra:** A systematic review from the mkt perspective.

Mathematics, v. 9, n. 20, p. 2590, 2021. Disponível em: <<https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/20017/033981.pdf?sequence=1>>. Acesso em: dez. 2022.

PONTE, J. P. et al. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 5, n. temático, pp. 7-24, 2012.

SQUALLI, H. Tout, tout, tout, vous saurez tout sur l'algèbre. Trois-Rivières: **Éditions Bande Didactique**, 2003.

STEFFE L. P.; THOMPSON P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In: Lesh R.; Kelly A. E. (eds.). **Research design in mathematics and science education**. Lawrence Erlbaum, Hillsdale NJ: 267–307, 2000.

Recebido em 26/08/2025  
Aprovado em 05/11/2025