

A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO À LUZ DA TEORIA DA MUDANÇA DE QUADROS

THE CONSTRUCTION OF GEOMETRIC THINKING IN THE LIGHT OF THE THEORY OF CHANGING FRAMEWORKS

João Debastiani Neto ¹

Lorena Gomes Bueno ²

Resumo: Sob a ótica da teoria da Dialética Ferramenta-Objeto proposta por Régine Douady (1986), um conceito pode ser concebido ora como objeto de estudo de um determinado conteúdo, ora como ferramenta para a resolução de uma problemática, possibilitando que o estudante alterne entre quadros distintos e mobilize ferramentas já estabelecidas, visando a construção de um novo conhecimento. Nesta perspectiva, o presente trabalho tem por objetivo identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança dos mesmos em tarefas que envolvem o conceito de área em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná. Para tanto, adotamos como procedimento metodológico a categorização da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977). Constatamos que as tarefas oportunizam a mudança entre os quadros algébrico, numérico e geométrico, de maneira que as ferramentas que podem ser utilizadas alternam entre a memorização e a concepção de um novo saber fundamentado nos princípios construtivistas.

Palavras-chave: Dialética Ferramenta-Objeto; Livros didáticos; Ensino Fundamental; Mudança de Quadros.

Abstract: From the perspective of the Until-Object Dialectics theory proposed by Régine Douady (1986), a concept can be conceived either as an object of study of a certain content, or as a tool for solving a problem, allowing the student to switch between different frameworks and mobilize already established tools, aiming at the construction of new knowledge. In this perspective, the present work aims to identify the tables and the way in which they change in tasks that involve the concept of area in Textbooks of the final years of Elementary School in the State of Paraná. Therefore, we adopted as a methodological procedure the categorization of Content Analysis proposed by Bardin (1977). We found that the tasks provide opportunities for changing between algebraic, arithmetic and geometric frameworks, so that the tools that can be used alternate between memorization and the conception of new knowledge based on constructivist principles.

Keywords: Until-object dialectic; Didactic books; Elementary School; Change of Frames.

¹ Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Docente da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: netodebastiani@gmail.com.

² Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: lorena_bueno10@yahoo.com.br.

1 Introdução

Ao nos reportarmos ao estudo das Geometrias para o Ensino Básico, pesquisas de diversos autores, tais como Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), indicam que a referida área, durante um longo período ficou em segundo plano no processo de ensino e de aprendizagem.

Diversos foram os fatores que convergiram para tal situação, destacando-se especialmente a falta de conhecimento de professores no que se refere à Geometrias (inclusive as não euclidianas), além de incoerências em Livros Didáticos (LD) por apresentarem conteúdos geométricos fundamentados em fórmulas e números, que valorizavam um transformismo algébrico sem a construção do pensamento geométrico dos conceitos apresentados. Soma-se a tais fatos, a característica de que estruturalmente, o conteúdo de Geometrias encontrava-se no fim dos LDs, proporcionando a não apresentação destes conteúdos (LORENZATO, 1995).

Várias foram as propostas com vistas a preencher lacunas deixadas na formação inicial do professor de Matemática, em particular, aqueles referentes aos conceitos das Geometrias. Dentre elas, podemos destacar diversos cursos de formação continuada que buscaram por uma complementação nos estudos de professores que outrora não tiveram a oportunidade do contato necessário com conceitos e propriedades referentes às Geometrias.

Embora existam propostas como a destacada no parágrafo anterior, faz-se necessário refletirmos sobre a maneira como os conteúdos geométricos são abordados nas disciplinas de Matemática. O docente deve considerar diversos aspectos no processo de ensino e aprendizagem, tais como a natureza do conhecimento da geometria, o processo da construção dos conceitos pertinentes a referida área, bem como a diversidade de situações que podem ser consideradas em tarefas e/ou situações problemas, propostas envolvendo conceitos geométricos.

Tal observação vem ao encontro dos pressupostos da teoria da Dialética Ferramenta-Objeto (DFO) e de Jogo de Quadros (JQ) proposta por Régine (1986). Um conhecimento matemático, em particular, um geométrico deve apresentar uma diversidade de representações sendo possível a discussão, análise e resolução em distintos quadros teóricos. Isso favorece a construção do conhecimento matemático, uma vez que

[...] as mudanças de quadro são ferramentas de análise que permitem diferentes leituras de noções matemáticas. As mudanças de quadro e as interações entre diferentes quadros constituem um poderoso instrumento para a criação de novos conhecimentos em matemática a partir de antigos (ALMOULOU, 2007, p. 68).

Fundamentados nos pressupostos das mudanças de quadro, algumas questões nos inquietaram no decorrer da análise da literatura disponível, dentre as quais destacamos: qual a natureza das tarefas presentes em livros didáticos quando consideramos o conceito de área? Os livros didáticos apresentam situações que favoreçam a pluralidade de concepções do conceito supracitado? Mais ainda, as tarefas que abordam o conceito de área, consideram os pressupostos da mudança de quadros?

Com vistas a compreender questões desta magnitude, propomos esta pesquisa na qual seu objetivo consiste em identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança dos mesmos em tarefas que envolvem o conceito de área em LDs dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná.

Entendemos que ao analisar tarefas de Geometrias, em particular sobre o conceito de área, para identificar os quadros existentes e possíveis mudanças dos mesmos, poderemos superar eventuais obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem destes conteúdos, além de viabilizar uma melhor compreensão das possibilidades que tais tarefas oportunizam.

2 Fundamentação teórica

2.1 Geometrias e a teoria da mudança de quadros

Em tempos atuais, infelizmente os resultados obtidos por meio da avaliação do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB), tem apontado para o ensino de Matemática no Brasil como um fator alarmante. A título de exemplo, o levantamento do SAEB realizado em 2019, expôs resultados distantes de serem considerados “regulares”, visto que 95% dos alunos da rede pública concluem os estudos sem o devido conhecimento em Matemática³.

Nesse sentido, os estudantes egressos não são capazes de resolver operações matemáticas elementares correspondentes ao seu nível de escolaridade. Exemplificando,

³ Endereço eletrônico dos dados do SAEB: < <https://mentalidadesmatematicas.org.br/saeb-2019- apenas-5-dos-alunos-saem-da-escola-sabendo-matematica/> >

em um dado enunciado, tais estudantes não conseguem transpor o que está sendo solicitado para uma linguagem matemática específica, ou seja, desvinculam os sentidos da interpretação, da leitura e da articulação do conhecimento prévio com o novo (BONOTO; SILVEIRA; MARTINS, 2009).

Com o espantoso cenário do ensino de Matemática em nosso país, as noções de ferramenta, de objeto e de suas respectivas relações dialéticas propostas por Régine Douady (1986), revelam-se como um valioso meio de esperança para melhorarmos o processo de ensino e da aprendizagem de Matemática. De acordo com a autora, um/a noção/conceito possui o estatuto de ferramenta, quando esta influi na resolução de um determinado problema e, por outro lado, assume o estatuto de objeto quando este é identificado como conteúdo da aprendizagem.

Nas palavras da autora:

Assim, digamos que um conceito é ferramenta quando nos interessamos no uso que está sendo feito dele para resolver um problema. Uma mesma ferramenta pode ser adaptada para diferentes problemas. Por objeto, entendemos o objeto cultural colocado num edifício mais amplo, que é o do saber sábio num dado momento reconhecido socialmente (DOUADY, 1986, p. 9, apud ALMOULOU, 2007, p.62).

Desse modo, é notório que na perspectiva da referida teoria, um mesmo conceito matemático pode ser concebido ora como objeto, ora como ferramenta. Essa dicotomia será feita pelo sujeito no momento de estruturação do conceito. Assim, Douady (1993) se refere a ferramenta quando considera o caráter operatório de um conceito, isto é, focamos em utilizá-lo para a resolução do problema. Não obstante, a mesma reporta-se ao objeto quando pondera-se o caráter cultural de um conceito, em sua definição descontextualizada, sendo este assumido como instrumento de estudo em um problema.

Ainda segundo esta autora, os objetos de estudo devem ser trabalhados considerando sua pluralidade de aplicações nos diversos campos científicos, visando um sistema educacional construtivista. Sob essa ótica, Douady (1992) pondera que a Mudança de Quadros é um meio diferenciado para encontrarmos uma nova estratégia para obtermos a resolução de um problema, pois esta pode ser efetuada espontaneamente por um estudante (sujeito epistêmico), bem como pode vir a ser incitada pelo professor.

No que cerne as imagens mentais, de acordo com a autora elas desempenham um papel essencial no funcionamento como ferramenta dos objetos do quadro, uma vez que dois quadros podem ser distintos embora comportem os mesmos objetos e ferramentas.

Justifica-se tal diferença pelas imagens mentais e a problemática associada a cada um dos respectivos quadros. Podemos exprimir como exemplos o quadro algébrico, o quadro numérico, o quadro numérico, o quadro geométrico, o quadro gráfico, o quadro das funções, entre outros.

Complementando a teoria, Douady (1992) apresenta a Mudança de Quadros como sendo a passagem de um quadro para outro, com o intuito de conseguir diferentes formulações para a resolução de um problema. Tal mudança pode propiciar que as dificuldades encontradas para a formulação do problema sejam investigadas sob outra perspectiva, de modo que a aplicação de ferramentas e técnicas não adequadas para a primeira formulação possam ser utilizadas em um momento posterior.

Logo, devemos nos fundamentar na teoria da Mudança de Quadros sempre que o problema (teorema/proposição) a ser solucionado ficar limitado as relações de ferramentas e de objetos comportados por um determinado quadro, ou apresentar demasiada dificuldade para a resolução. Isso posto, o sujeito pode transitar entres os quadros que lhes forem convenientes.

2.2 O ensino de Geometrias no Brasil

Podemos conceber as Geometrias como uma área fundamental para a construção do meio em que estamos inseridos, o que nos leva à necessidade de conhecimentos geométricos específicos para a realização de atividades comuns do cotidiano do nosso dia a dia.

Os documentos educacionais reforçam sobre a presença das Geometrias em nosso cotidiano, e acrescentam que é extremamente relevante a interpretação dos alunos no que cerne aos aspectos/conceitos geométricos, de modo que esta interpretação não fique restrita somente a sala de aula, mas ocorra com a mesma proporção em contextos externos ao ambiente escolar.

À face do exposto, é evidente o quão importante são as Geometrias para a construção do conhecimento lógico-matemático do sujeito, em particular para a construção do pensamento geométrico que colabora para as diversas conexões entre as Geometrias e as demais áreas da Matemática.

No entanto, a percepção qualitativa sobre as Geometrias exposta até o momento faz um contraste com o contexto histórico da década de 1990, quando esta área do conhecimento foi deixada de lado na construção do conhecimento matemático. Esse

lamentável fato educacional se verifica em referenciais como o de Perez (1991) e de Pavanello (1993), que confirmam por meio de suas pesquisas a omissão e ausência das Geometrias em sala de aula.

De acordo com as pesquisas supracitadas, há diversos fatores que contribuíram para as lacunas deixadas pela ausência das Geometrias no currículo escolar e, entre tantos motivos pertinentes para a “justificativa” de tal omissão, faz-se necessário citarmos que muitos professores de Matemática durante a sua formação inicial não tiveram o devido contato com a referida área do conhecimento.

Segundo Lorenzato (1995), outro motivo para o abandono das Geometrias do contexto de ensino deve-se a demasiada importância atribuída ao Livro Didático de Matemática pelos professores, uma vez que esse recurso pedagógico deixa de ser usado como recurso e assume o papel de norteador para a elaboração das aulas.

Por conseguinte, Lorenzato (1995) aponta para uma abordagem superficial dos LDs a respeito das Geometrias de modo que em muitos destes tal disciplina “[...] é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligada de quaisquer aplicações de natureza histórica ou lógica; noutros, a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico” (LORENZATO, 1995, p. 4).

E como se já não houvesse tamanho descaso, temos ainda que com muita frequência apenas a última seção dos livros didáticos é designada para as Geometrias, logo, com vistas as demandas do ano letivo, a probabilidade de estas não serem estudadas por falta de tempo é muito alta. Nessa perspectiva, Lorenzato (1995) ainda argumenta que as Geometrias, sendo uma área composta por tantos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição dos livros didáticos para serem excluídas na sala de aula.

Mediante a tal abandono das Geometrias, estas acabaram sendo colocadas em segundo plano tanto no currículo escolar como nos LDs, ocasionando que muitos docentes não tivessem contato com o conhecimento teórico necessário para ministrar aulas de Matemática, especialmente as de Geometrias. Assim, com o olhar voltado para as consequências do abandono, diversas pesquisas têm sido realizadas com intuito de analisar maneiras para que o processo da construção do conhecimento do pensamento geométrico ocorra.

Nesse sentido, fundamentados nos pressupostos supracitados e buscando colaborar com a literatura de como o pensamento se constitui e, almejando propor aulas com viés construtivista afim de que o pensamento/conhecimento geométrico dos estudantes se desenvolva no Ensino Básico, entendemos que ao analisar tarefas de

Geometrias, em particular sobre área, para identificar os quadros existentes e possíveis mudanças dos mesmos, poderemos superar eventuais obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem destes conteúdos, além de viabilizar uma melhor compreensão das possibilidades que tais tarefas oportunizam.

3 Metodologia: caminhos da pesquisa

Toda pesquisa científica constitui-se fundamentalmente em um plano para uma investigação sistemática que busca uma melhor compreensão da problemática (GEWANDSZNAJDER; ALVES–MAZZOTTI, 1998). Nesse sentido, a partir da definição e problematização do tema, a determinação do problema desencadeia a formulação de conjecturas que norteiam e estruturam o desenvolvimento da pesquisa. Logo, as indagações motivadas pela pesquisa não apenas ocasionarão que o investigador procure respondê-las, como também que este possa propor novos questionamentos que ainda não foram apontados.

Fundamentados nos pressupostos de uma pesquisa científica, propomos esta pesquisa na qual o seu objetivo consiste em identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança dos mesmos em tarefas que envolvem o conceito de área em LDs dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná.

Neste trabalho, no que se tange a abordagem do problema e análise dos resultados, esta é uma pesquisa de cunho qualitativo, uma vez que sua finalidade é explicar e descrever uma determinada situação, não se preocupando com seus aspectos mensuráveis. No que se refere às diversas abordagens possíveis do método qualitativo, Kenski (2003) destaca que a pesquisa qualitativa utiliza vantajosamente algumas técnicas, possibilitando investigar com profundidade os objetos de estudo.

Em consonância com os objetivos e com a problemática norteadora de nossa pesquisa, foi realizada uma análise sob a luz da teoria de mudança de quadros em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná, em tarefas que envolvem o conceito de área. Para tanto, utilizamos a categorização proposta pela Análise de Conteúdo de Bardin (1977), visando investigar as tarefas e os quadros, e se ocorrem as mudanças de quadros.

Os livros didáticos selecionados que deram direcionamento na investigação proposta por esta pesquisa, foram escolhidos em razão de estarem na lista de livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e, devido a coleção

investigada ter sido adotada e disponibilizada para as escolas estaduais do Ensino Fundamental em um dos municípios localizado no norte do Paraná.

De posse deste material, realizamos uma leitura minuciosa, em particular as tarefas direcionadas para o conceito área, nos atentando especialmente para os quadros correspondentes as respectivas tarefas, bem como se estas proporcionavam a mudança dos mesmos. Fundamentados na estruturação das questões analisadas e de como estas favoreciam a construção do pensamento geométrico, foram observados aspectos fundamentais em cada tarefa, dentre as quais destacamos particularidades relacionadas à mudança de quadros.

A seguir, apresentamos uma breve discussão sobre a Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (1977), em particular sobre a categorização de dados, uma vez que a presente pesquisa, pautou-se nesta metodologia para análise das tarefas que serão expostas no Quadro 1.

3.1 Sobre a Análise de Conteúdo

Segundo Bardin (1977), a Análise de Conteúdo consiste em

[...] um conjunto de técnicas de análises das comunicações, visando por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não), que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 1977, p.42).

De posse dos dados coletados, para que sua análise seja realizada, algumas etapas devem ser respeitadas. Nas palavras de Bardin (1977) existem três etapas: a pré-análise; a exploração dos materiais; tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

Para Bardin, a etapa da pré-análise

[...] É a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuições, mas, tem por objectivo tornar operacionais e sistematizar as idéias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise (BARDIN, 1977, p.95).

Ainda fundamentados nessa autora, temos que a fase inicial da AC tem como propósito a organização dos dados coletados, mediante quatro subetapas, sendo elas:

- i) a leitura flutuante, que se compreende como na definição do contato do pesquisador com os materiais e dados que eventualmente poderão ser analisados;

- ii) a escolha dos documentos, a qual é o estabelecimento dos objetos que serão analisados na pesquisa;
- iii) a elaboração das hipóteses e dos objetivos, momento que decorre de suscitar afirmações provisórias que serão constadas através da análise de dados;
- iv) a referenciação dos índices e a elaboração dos indicadores que é a fase em que são considerados resultados que estejam correlacionados com o escopo do trabalho.

No que concerne à segunda etapa, a de exploração dos materiais, os dados obtidos foram organizados segundo duas categorias, tratando-se de Tarefas com estruturação conceitual básicas para a Mudança de Quadros e Tarefas com estruturação conceitual significativas para a Mudança de Quadros.

Para a identificação das categorias, fez-se indispensável o estabelecimento de unidades de registro que intentavam contribuir no processo de identificação e significação dos objetos analisados. O Quadro 1, que posteriormente é apresentado, relaciona as categorias com as unidades de registro no presente trabalho.

CATEGORIAS	UNIDADE DE REGISTRO
Tarefas com estruturação conceitual básicas para a Mudança de Quadros.	A problemática exposta pela tarefa é limitada em sua resolução, atrelada fundamentalmente ao uso de fórmulas geométricas para o cálculo de área sem significação em sua apresentação.
Tarefas com estruturação conceitual significativas para a Mudança de Quadros.	É possível observar diferentes formulações para a resolução do problema, propiciando que o sujeito necessite alternar de um quadro para outro para concluir a tarefa, construindo assim, esquemas cognitivos mais robustos.

Quadro 1: Relacionamento das categorias com as unidades de registro.

Fonte: Os autores (2022).

Quanto a etapa de tratamento dos resultados, inferência e interpretação temos que “se refere a uma análise de reconsideração da alocação dos conteúdos e sua categorização a partir de um processo iterativo característico do modelo circular da pesquisa qualitativa” (SILVA, 2005, p.76). Tal processo viabiliza que ocorra uma análise cuidadosa das unidades de significação, de acordo com as categorias definidas, para assim delinear onde devemos designá-las.

Embasados no exposto nessa metodologia, vamos na próxima seção apresentar a discussão a respeito da análise dos dados com relação às categorias que são feitas individualmente.

4 Análise e discussão

De modo antecipado ao início de nossa análise e discussão referentes as mudanças de quadros existentes nas tarefas selecionadas contidas nas categorias propostas, as quais vamos apresentar posteriormente, iniciaremos a nossa análise aludindo sobre a abordagem que os referenciais investigados exibem sobre a concepção de área.

Entendemos ser relevante apresentar o modo como os livros didáticos abordam o referido conceito, uma vez que se pode conceber a existência de uma perspectiva mais propícia e aprimorada para ser exposta ao estudante. Nesse sentido, nos intentamos descrever brevemente sobre um problema crônico observado nos LDs, inclusive no exemplar deste projeto. A seguir, apresentaremos as nossas considerações sobre a institucionalização do conceito de área.

4.1 O conceito de área apresentado nos livros didáticos

Sob a ótica da análise realizada no livro didático, constatamos que este expõe o conceito de área atrelado diretamente a um exemplo, e desse modo, tratando a área como um objeto, ele determina a área de figuras planas geométricas sem institucionalizar o que é o conceito de área, como podemos constatar a seguir na Figura 1.

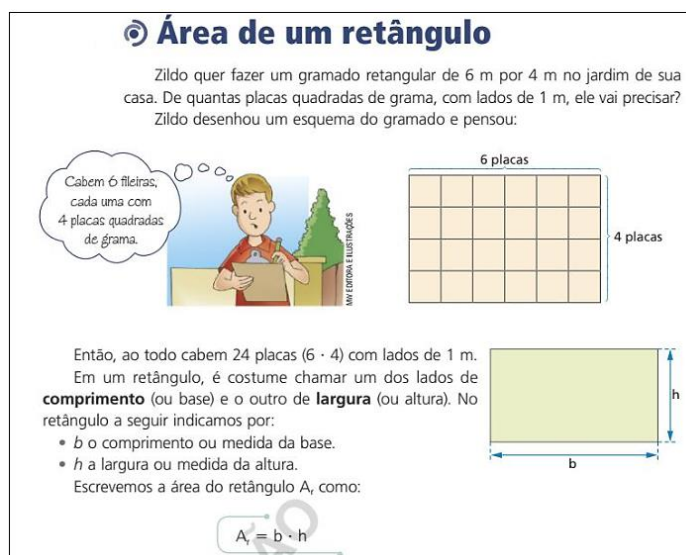


Figura 1: Conceito de área exposto no livro didático mediante a apresentação de um exemplo.
Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (b) (2018, p. 260).

Por conseguinte, durante a verificação na seção do livro didático que se direciona à área de objetos geométricos, foi perceptível que assim como na Figura 1 em que o

conceito de área do retângulo foi atrelado a um exemplo e em seguida apresentado a sua respectiva fórmula, o mesmo ocorre na apresentação da área de demais objetos geométricos ao longo da seção.

Nessa perspectiva, com a apresentação proposta pelo LD do conceito de área atrelado a um exemplo, bem como das fórmulas para o cálculo da mesma, é natural considerarmos que o estudante se indague sobre o que é a área; sobre o que é o objeto de estudo que está investigando e aprendendo a calcular. Esse questionamento pode ocorrer fundamentalmente devido ao fato do livro didático não se dedicar a explicar que a área é uma região interna de um objeto geométrico plano, que se relaciona à um número real positivo maior que zero (GERÔNIMO; FRANCO, 2010).

Atentemo-nos que com a ausência dessa explicação, torna-se espontâneo compreender o conceito de área como um objeto dissociado das propriedades intrínsecas de uma figura geométrica, relacionando-a exclusivamente à uma fórmula que, em geral, não está associada com a natureza do pensamento geométrico. Logo, entendemos ser fundamental que previamente ao estudo do cálculo da área de um eventual objeto geométrico, o livro apresente o conceito de área no intuito de favorecer a sua construção.

Considerando o livro didático analisado e visando colaborar com a literatura existente, apresentamos uma proposta de abordagem do conceito de área, com intuito de contribuir no processo de construção do pensamento geométrico, em particular no conceito de área.

4.2 Uma abordagem alternativa para o conceito de área

Direcionemos-nos nesse momento para um modo alternativo que o conceito de área foi desenvolvido pelo referencial analisado. Embora o livro didático não se debruce a explicar e institucionalizar o conceito de área como foi apontado anteriormente, destacamos uma abordagem que pode ser realizada para a apresentação da fórmula para o cálculo da área de objetos geométricos.

Considerando que a abordagem realizada nos LDs para a introdução do cálculo da área de figuras geométricas, tais como triângulo, quadrado e retângulo, não houve desenvolvimento lógico de suas estruturas, apresentando-a como uma regra memorística, exibimos um exemplo cuja organização matemática é distinta, de maneira que este material faz uma mostra da origem da possível fórmula que está sendo estudada.

Nesse sentido, o referencial traz o conceito de área fortemente relacionado a concepção de uma fórmula, integrando a um contexto matemático com ilustrações de figuras geométricas, como podemos observar na Figura 2.

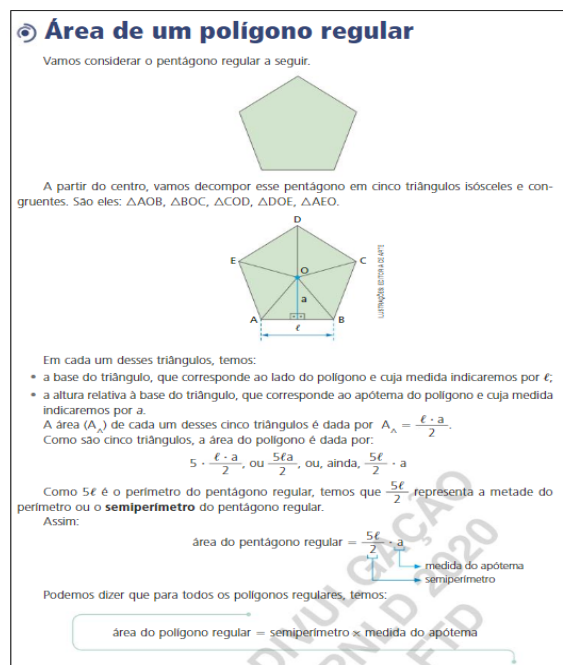


Figura 2: Abordagem do conceito de área.
Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (d) (2018, p. 231).

Nos atentemos na Figura 2 para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo existente na construção de uma fórmula, para se obter a área do pentágono. Ressaltamos que esta abordagem se faz fundamental para a compreensão do conceito de área, dado que além de favorecer a construção do pensamento geométrico, abordagens desta natureza desmistificam o olhar direcionado à Matemática como sendo uma área do conhecimento pronta e acabada, sem conexões com a realidade (SANTOS, 2014).

Além disso, destacamos que o conceito de área existe independentemente de fórmulas, em outras palavras, o conceito de área refere-se a uma região interior de uma figura geométrica plana e, ao considerarmos objetos distintos, o conceito de área não se altera; o que se modifica são as fórmulas desenvolvidas por meio das características intrínsecas a cada objeto.

Tais concepções se perpetuam entre os estudantes especialmente pela ausência do conhecimento de conceitos básicos matemáticos, como é em particular o conceito de área. Uma vez que, embora seja apresentado o desenvolvimento e pensamento geométrico por trás da fórmula pelo livro didático, o mesmo não institucionaliza o conceito de área,

propiciando que o estudante o conceba como algo exclusivo à uma fórmula (PACHÊCO *et al.*, 2023).

Nesse sentido, o estudante do Ensino Fundamental não possui um olhar geométrico sobre o conceito citado quando se depara com uma eventual figura geométrica. Logo, mesmo que ele saiba calcular a área dos mais conhecidos objetos geométricos, não terá construído o conhecimento necessário sobre o que está calculando e conseqüentemente continuará vinculando área à fórmula. A face do exposto, nos preocupando com equívocos na construção do conceito de área, sugerimos que antecipadamente a mostraçãõ da fórmula do cálculo da área de um determinado objeto geométrico, que seja institucionalizado o conceito de área.

Fundamentados nessas considerações, iniciaremos a discussão das categorias do trabalho, as quais nos propusemos a apresentar na metodologia.

4.3 Análise das tarefas envolvendo o conceito de área

Categoria 1: Tarefas com estruturação conceitual básicas para a mudança de quadros

A problemática exposta pelas tarefas contidas nessa categoria é limitada em sua resolução, uma vez que está atrelada fundamentalmente ao uso de fórmulas geométricas para o cálculo de área dos objetos, sem significação em sua apresentação. Por conseguinte, sob à ótica da teoria de Mudança de Quadro de Douady (1992), a qual nos fundamentamos nessa pesquisa, tarefas como as que serão expostas nessa categoria são caracterizadas pela pouca ou a inexistente estrutura conceitual de objetos do conhecimento matemático na mudança de quadros.

Em outras palavras, o sujeito epistêmico realiza a solução da tarefa sem que haja aprofundamento nas estruturas cognitivas dos conceitos abordados, apenas aplicando a fórmula mais conveniente para o contexto. Observemos a Figura 3 que respalda o exposto.

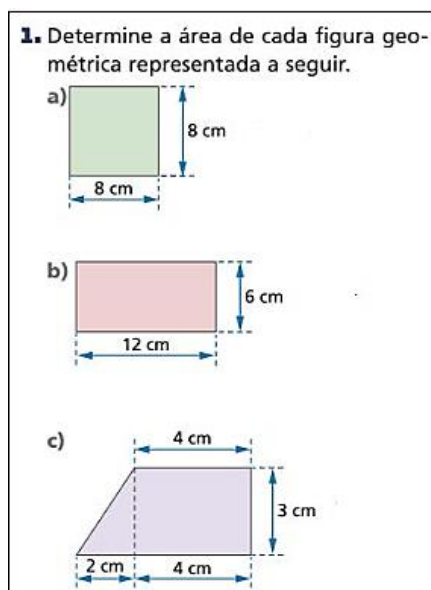


Figura 3: Tarefa com breve desenvolvimento da Mudança de Quadros atrelada ao uso de fórmula da área.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (b) (2018, p. 264).

Observemos que a tarefa proposta pelo livro didático solicita que calcule a área de cada figura geométrica ilustrada, e para isso exhibe o valor dos lados de cada uma delas. Logo, o estudante deve realizar o reconhecimento das figuras apresentadas e consequentemente atentar-se para qual fórmula é mais propícia para o cálculo da área.

Nesse sentido, tarefas com essa natureza limitam-se basicamente a dois quadros, o quadro geométrico para que o estudante faça o reconhecimento da figura e, o quadro algébrico no qual acontecerá a substituição dos algarismos na fórmula da área e consequentemente efetue operações triviais matemáticas.

Conquanto, o raciocínio que promove a mudança nos citados quadros, bem como na utilização das ferramentas contidas em cada um deles, é altamente rudimentar quando trabalhamos com o conceito de área, uma vez que ele estará preso justamente a concepção que contrapõe o que foi discutido previamente pelo presente trabalho no início dessa seção, memorando: área é fórmula.

Dessarte, embora a tarefa proposta detenha dois quadros que permitem o estudante alternar do quadro geométrico para o algébrico, favorecendo o processo da construção do conhecimento, percebemos que esta não possui um aprimoramento no que cerne ao desenvolvimento do pensamento geométrico, especialmente pelo modesto uso de ferramentas e objetos em ambos os quadros.

Ressaltamos ainda que, para a tarefa da Figura 3 em que são observados os quadros algébrico e geométrico, uma única ferramenta para cada quadro pode ser utilizada

para a sua resolução. Para o quadro geométrico, bastaria o processo de identificação da figura geométrica plana, ou seja, distinguir as figuras por meio de suas propriedades. Já no quadro algébrico, após o reconhecimento da figura, seria necessário apenas a substituição dos valores na fórmula de modo adequado.

Em síntese, temos uma tarefa em que pode ocorrer a mudança de quadros (do geométrico para o algébrico), contudo, o ferramental utilizado em cada um dos mesmos é bastante simples (uma única ferramenta para cada quadro).

Vejamos outra tarefa que compartilha em seu enunciado e em seu desenvolvimento a mesma natureza que compõe a tarefa exposta na Figura 3. Analisemos a Figura 4.

- 1.** Uma região poligonal, em forma de hexágono regular, foi recortada de uma folha de cartolina. O lado do hexágono recortado mede 80 cm. Nessas condições, determine:
- a) o semiperímetro desse hexágono;
 - b) a medida a do apótema do hexágono, sabendo que $a = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$;
 - c) a área da região poligonal, considerando $\sqrt{3} = 1,73$.

Figura 4: Tarefa apresentada no livro didático do 9º ano com breve desenvolvimento da Mudança de Quadros.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (d) (2018, p. 233).

Notemos que a tarefa exposta pelo livro didático do 9º ano solicita que o estudante determine o semiperímetro; a medida do apótema e a área da região poligonal do hexágono. Logo, para a solução de cada item requisitado é necessário que o estudante esteja familiarizado com os respectivos conceitos geométricos, uma vez que para o item a, deve compreender que semiperímetro corresponde a medida da metade do perímetro de uma figura geométrica – no caso em particular, do hexágono.

Nesse sentido, a partir do quadro geométrico, espera-se que realize uma representação do hexágono para facilitar a interpretação de cada conceito mencionado pela tarefa, e assim, mobilizando as ferramentas do quadro numérico, apenas efetue a soma dos seis lados da figura e conseqüentemente divida o resultado por dois, finalizando o item a.

Para a solução do item b, devemos nos atentar para o fato da própria tarefa ofertar a fórmula para o cálculo do apótema. Desse modo, com vistas à fórmula indicada,

percebemos que não é necessário que o estudante recorra ao seu conhecimento prévio sobre o conceito de apótema do hexágono e a relacione como o segmento de reta que liga o centro da figura até o ponto médio de um dos lados do polígono supracitado. Diante disso, o estudante deve basicamente substituir o valor correspondente ao lado da figura geométrica na respectiva fórmula e efetuar uma simplificação dos algarismos.

Já para a solução do último item, embora não seja apresentada a sua fórmula, o estudante precisa apenas folhear algumas páginas da seção do livro didático para encontrá-la. Logo o estudante perceberá que para a solução desse item, ele deve substituir na fórmula da área do polígono o valor do semiperímetro da figura e o valor da medida do apótema – os quais foram calculados nos itens anteriores.

Dessa maneira, nesta tarefa observamos a possibilidade da existência de três quadros distintos, a saber, o algébrico, o numérico e o geométrico. O quadro algébrico consiste quando se recorre ao uso das fórmulas que, ou é apresentada no enunciado do exercício, ou está na página anterior do livro supracitado.

Já o quadro numérico é observado quando poderá realizar as operações de soma, multiplicação ou divisão para obter o semiperímetro da figura desejada. Contudo, o quadro geométrico parece apresentar uma variedade maior de ferramentas quando comparado aos quadros anteriores. Isso se justifica, uma vez que para a resolução da tarefa, o estudante deverá realizar uma representação de um hexágono (mesmo que mental) e compreender os conceitos de semiperímetro, do apótema e da área.

Consideremos outra tarefa que, embora a problemática envolvida não careça de uma solução aprofundada nos conceitos matemáticos, esta apresenta uma complexidade maior do que as observadas nas tarefas desta categoria. Analisemos a Figura 5.

- 2.** Um piso quadrado de cerâmica tem 15 cm de lado.
- a) Qual é a área desse piso?
 - b) Quantos pisos são necessários para pavimentar uma sala de 45 m² de área?

Figura 5: Tarefa exposta no livro didático do 6º ano com pouco desenvolvimento da Mudança de Quadros.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (a) (2018, p. 252).

Atentemo-nos para o enunciado da tarefa proposta pelo livro didático. Este fornece informações suficientes para a resolução dos itens posteriores, como é o caso do

primeiro item que solicita o valor da área do piso, e para respondê-lo, deve apenas recorrer ao uso da fórmula do quadrado.

Nesse sentido, iniciando pelo quadro geométrico o estudante deve reconhecer que o fato de o piso ser quadrado implica em uma figura plana na qual a medida dos seus lados são congruentes, e assim, no quadro algébrico mediante ao uso da fórmula da área do quadrado, espera-se que substitua o valor do lado do piso e então alternando do quadro algébrico para o numérico, efetue a multiplicação entre o valor dos lados da figura, obtendo assim a área do piso e concluindo o item a.

Para a resolução do segundo item, necessitar-se-á recorrer ao valor da área do piso cujo foi calculado no item anterior. De posse desse resultado, espera-se que o estudante se atente para necessidade de conversão de unidade de medida, uma vez que há divergência entre a unidade do enunciado da tarefa e a do item b. Para finalizar a tarefa, o estudante deve efetuar o quociente entre o valor da área da sala pelo valor da área da cerâmica. O valor correspondente a essa operação soluciona o item.

Observe que no item b, com exceção do quadro de conversão de unidade (quadro de medidas), o estudante/sujeito-epistêmico alternará para os mesmos quadros do item a. Posto que para realizar a conversão de unidade, o discente terá que recorrer ao quadro numérico para efetuar operações triviais como a multiplicação e a divisão e, portanto, concluindo o exercício.

Ressaltamos assim, que esta tarefa se apresenta mais complexa do que as exibidas nas figuras 3 e 4. Isso se justifica por diversos fatores, dentre os quais destacamos o caráter não visual da tarefa, exigindo uma mobilização maior das estruturas cognitivas do estudante. Ademais, no que se refere ao item b), além do aprofundamento no campo da Geometria e na manipulação dos números, é preciso que o estudante tenha conhecimentos no campo de Medidas para a realização da conversão de unidades.

Em síntese, sob a ótica da análise exibida nessa categoria, observamos que as tarefas presentes no livro didático do 7º ano (Figura 3) e a tarefa exposta no LD do 9º ano (Figura 4), mobilizam ferramentas básicas para sua solução, uma vez que a tarefa está intimamente ligada a aplicação da fórmula da área para o êxito da mesma.

Equivalentemente, embora a tarefa exposta no LD do 6º ano (Figura 5) envolva uma maior complexidade de estruturas lógico-matemáticas para sua solução, todos esses conceitos são exibidos na explicação do livro didático, informando as fórmulas para o cálculo dos mesmos. Portanto, a tarefa apresentada na Figura 5 é fundamentalmente similar as tarefas propostas na Figura 3 e na Figura 4, dado que embora exista um quadro

a mais em sua organização (quadro de Medidas), observamos o escasso uso de ferramentas, a tarefa é puramente vinculada às fórmulas para a sua solução.

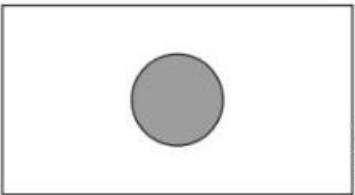
As tarefas apresentadas nessa categoria são exemplos das propostas pelos livros didáticos aos alunos com uma natureza puramente de cunho memorístico, ou seja, estas apresentam um ferramental bastante simples, com escassos momentos para a introdução de objetos novos ou diferentes a serem explorados e conseqüentemente não implicam na Dialética Ferramenta-Objeto e na mudança de quadro.

Categoria 2: Tarefas com estruturação conceitual significativas para a mudança de quadros

Nesta categoria, as tarefas podem oferecer diferentes formulações para a resolução do problema, propiciando que o sujeito epistêmico necessite alternar de um quadro para outro para a conclusão da tarefa, construindo assim, esquemas cognitivos mais robustos. Na perspectiva da teoria de Douady (1992) a qual nos fundamentamos, a citada necessidade do estudante em mudar de quadro é compreendida como uma mudança do contexto em que a problemática é apresentada, logo, tal mudança permitirá ao sujeito acessar ferramentas matemáticas contidas em quadros distintos e, portanto, viabilizar a resolução do problema.

Direcionando-nos para as tarefas de Geometrias em especial, visto ser a área de interesse da nossa pesquisa, é possível verificarmos nos livros didáticos analisados tarefas que são compostas por problemas que favorecem a mudança de quadros e conseqüentemente, a Dialética Ferramenta-Objeto. Atentemo-nos para a Figura 6 que corrobora o exposto.

7. Uma pessoa pretende colocar um tapete circular no centro de uma sala retangular, conforme mostra a figura.



As dimensões da sala são 4,5 m (largura) e 8 m (comprimento), e o diâmetro do tapete equivale a $\frac{1}{4}$ do comprimento da sala. Nessas condições, qual é a área da superfície da sala que não ficará coberta pelo tapete?

ILUSTRAÇÕES:
ENTORNO DE ARTE

Figura 6: Tarefa apresentada no livro didático do 9º ano com significativo desenvolvimento da Mudança de Quadros.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (d) (2018, p. 223).

Observemos que a tarefa exposta pelo LD do 9º ano solicita o cálculo da área da superfície da sala (retângulo) que não ficará coberta pelo tapete (círculo). Para tanto, inicialmente percebamos que, embora sua resolução esteja intimamente ligada ao uso das fórmulas, é necessário ir além de sua aplicação, visto que é preciso uma manipulação algébrica para descobrir o valor do diâmetro do círculo e depois a medida da área não coberta pelo tapete. Assim, tem-se em sua resolução o uso de conceitos matemáticos – objetos/ferramentas – pertencentes a distintos quadros.

Exemplificando, para a respectiva solução, espera-se que o estudante ao analisar a representação disposta no livro didático, bem como das informações apresentadas, conceba a partir do quadro geométrico a identificação das figuras geométricas planas (retângulo e círculo) e conseqüentemente, associe a largura e comprimento como sendo a altura e a base do retângulo respectivamente.

Por conseguinte, ainda no mesmo quadro, deve-se compreender que o diâmetro do tapete/circunferência é uma corda que contém o centro; que o raio é um segmento cujas extremidades são o centro e um ponto sobre a circunferência; e que a medida do diâmetro é o dobro da medida do raio da circunferência (GERÔNIMO; FRANCO, 2010).

Assim, visando obter o valor correspondente ao diâmetro do tapete, no quadro numérico deve ser efetuado o produto entre um número natural (8) e uma fração ($1/4$), e com o resultado obtido, o estudante transitará para o quadro algébrico para o cálculo da área do círculo, substituindo os valores da constante π e do raio. No que cerne ao valor do raio, o discente retorna ao quadro numérico para multiplicar o valor do diâmetro por $1/2$ e alterna para o quadro algébrico.

De posse do resultado do cálculo da área do círculo, resta ao estudante compreender que ele está em busca do valor que corresponda à área da superfície da sala que não ficará coberta pelo tapete, logo, resta-se calcular o valor que corresponde à área total da sala/retângulo. Com isso, no quadro algébrico, o estudante deve-se recordar da fórmula para o cálculo da área e por conseqüência substituir os valores correspondentes a base e a altura e efetuar o produto entre ambas.

Desse modo, caminhando para a finalização da tarefa, carece que no quadro numérico seja realizada a subtração da área total da sala/retângulo e da área do

tapete/círculo. Com vistas ao resultado obtido, o aluno poderá finalizar a tarefa e responder à problemática.

Em síntese, podemos observar na tarefa apresentada na Figura 6, uma distinção quando a comparamos com a categoria 1. Isso se justifica, uma vez que, esta tarefa pode promover a alternância entre três quadros distintos (quadros algébrico, numérico e geométrico), com uma maior profundidade visando a sua resolução. Para mais, podemos constatar a diversidade de ferramentas matemáticas intrínsecas nesta tarefa, tais como, identificação da figura geométrica, compreensão sobre raio e diâmetro, fórmula para o cálculo da área, sobreposição de figuras geométricas, e a área do todo dividido em duas partes.

Consoante a esta tarefa, atentemo-nos para outra tarefa que assim como na Figura 6, a problemática envolvida compreende diferentes conceitos matemáticos e carece de uma solução mais robusta. Observemos a Figura 7.

6. Uma parede tem 8 m de comprimento por 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar toda essa parede?

Figura 7: Tarefa apresentada no livro didático do 6º ano com significativo desenvolvimento da Mudança de Quadros.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (a) (2018, p. 253).

Vejamos que para a resolução da situação exposta pelo LD do 6º ano, deve ser determinada a quantidade de latas de tintas necessárias para pintar uma parede a partir de suas especificidades. Com vistas as informações fornecidas pelo enunciado da tarefa e em virtude da ausência de figuras geométricas para auxiliar na resolução, inicialmente espera-se que no quadro geométrico possa compreender que como os valores das medidas das paredes são distintos, estes estão relacionados com a figura plana geométrica do retângulo, que compartilha destas mesmas características (comprimento da base \neq do comprimento da altura).

Desse modo, identificada a figura geométrica e alternando para o quadro algébrico, o estudante carece discernir a fórmula da área do retângulo para aplicá-la. Logo, pressupomos que o estudante substitua as medidas na citada fórmula e então alterne

para o quadro numérico para efetuar o produto entre a base e a altura da parede, que se resultará no valor da área da parede/figura.

Fundamentado no valor da área, e permanecendo no quadro numérico, espera-se que o estudante efetue o quociente entre a área que uma única lata de tinta pode pintar pela área total da parede. O resultado desta operação será um número fracionário, mas a resolução da tarefa não se encerra com tal resultado. Ora, como o resultado está em número fracionário e fundamentados nas informações do enunciado a resposta deve corresponder às latas de tintas, ou seja, números naturais.

Nesse sentido, pressupõe que o sujeito-epistêmico/estudante possa realizar a reflexão da inexistência da representação de latas de tintas em forma fracionárias e, portanto, compreenda que a resposta mais adequada para a solução será o próximo número inteiro (natural).

Em resumo, podemos constatar que embora a situação exposta na Figura 7 forneça ao estudante informações necessárias para sua resolução, elas não se limitam simplesmente a aplicações dos valores fornecidos em fórmulas matemáticas para sua respectiva resolução.

Estas direcionam o discente ao raciocínio para além da recorrência ao uso fórmulas geométricas e nesse sentido, embora haja pouca mudança de quadros e o uso de ferramentas mais triviais na resolução deste exercício em particular, tarefas com essa natureza favorecem e contribuem para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e do pensamento geométrico, visto que é possível interagir com o conceito de área de uma figura em contextos externos ao uso limitante da fórmula.

Nessa mesma perspectiva analisemos a Figura 8.

6. O comprimento do raio de uma circunferência corresponde, em centímetro, a uma das raízes da equação $x^2 - 16x - 720 = 0$. Qual é o comprimento dessa circunferência? (Use: $\pi = 3,14$)

Figura 8: Tarefa apresentada no livro didático do 8º ano com significativo desenvolvimento da Mudança de Quadros.

Fonte: RUY GIOVANNI; CASTRUCCI (c) (2018, p. 236).

Notemos que para a solução da tarefa proposta pelo livro didático, o estudante deve determinar o valor do comprimento de uma circunferência, a partir do desenvolvimento de uma equação do 2º grau. Dessa maneira, fundamentados na leitura

da tarefa, pressupomos que o estudante possa iniciar a sua resolução a partir do quadro geométrico, representando o desenho de uma circunferência.

Ademais, ainda no mesmo quadro, o estudante precisa ter bem estabelecido em suas estruturas internas cognitivas que o raio é um segmento cujas extremidades são o centro e o um ponto sobre a circunferência, dado que tais conceitos implicarão no desenvolvimento da resolução.

Por conseguinte, a fim de obter as raízes da equação exposta, a partir do quadro algébrico o aluno pode se deparar com diferentes maneiras para resolver a equação quadrática e conseqüentemente obter seus respectivos valores. Nesse sentido, realizar o procedimento de soma e produto ou utilizar o método resolutivo de Bháskara são alguns dos diferentes caminhos que pode optar por seguir e com isso obter o desejado.

Percebamos que, embora essas formas do cálculo das raízes estejam no quadro algébrico, cada uma delas requisitará de ferramentas distintas para sua resolução, isto é, o estudante se depara com uma problemática, que possui diversificadas maneiras para sua resolução e para cada uma delas será necessário fazer uso de ferramentas distintas, mesmo estando em um mesmo quadro. A título de exemplo, consideremos o uso do método resolutivo de Bháskara para o cálculo das raízes.

Ao optar pelo uso do supracitado método, o estudante deve primeiramente identificar os coeficientes que compõem a equação e então, realizar o cálculo do discriminante por sua respectiva fórmula. Ao realizar o cálculo do discriminante, o estudante necessita mudar do quadro algébrico para o numérico para efetuar as operações necessárias, e de posse dos resultados retornar para o quadro algébrico para finalizar esta primeira etapa e prosseguir com a solução.

Nesse momento, recorrendo ao método resolutivo de Bháskara, o estudante deve substituir os valores dos coeficientes e do discriminante calculado e assim, precisará transitar para o quadro numérico para efetuar algumas operações matemáticas.

Ainda permanecendo no citado quadro, ao calcular a raiz quadrada do discriminante, o estudante precisa ter construído o conhecimento acerca do que implica os diferentes valores obtidos a partir da raiz do discriminante, ou seja, se o resultado do cálculo for maior que zero então a equação terá duas raízes reais, se for igual à zero, isso implica que a equação não possuirá raízes e caso seja menor que zero então não há raízes reais. Retornando ao quadro algébrico, o estudante deverá calcular as duas raízes.

À vista que uma das raízes será negativa e que a tarefa solicita encontrar a medida do raio da circunferência, cuja unidade proposta está em centímetros, o estudante deverá

ser capaz de compreender que a raiz com valor negativo deve ser desconsiderada por não haver medida negativa, suscitando o quadro de Medidas.

Desta maneira, com as principais solicitações encontradas, resta-se calcular o comprimento da circunferência. Para isso, no quadro algébrico, mediante a fórmula do conceito citado, o estudante deve substituir o valor da constante π e o valor da raiz calculada e, mudando para o quadro numérico, basta efetuar as operações necessárias e encontrará assim, o valor do comprimento da circunferência.

Nesse sentido, sob a perspectiva da análise exposta nessa categoria, percebemos que as tarefas apresentadas nas Figuras 6, 7 e 8 são similares em sua natureza, isto é, promovem a partir de suas problemáticas a mudança de quadros em um nível aprimorado, envolvendo conceitos matemáticos que implicam na mobilização de ferramentas distintas para cada resolução. Ademais, tarefas similares a estas, podem ser utilizadas por docentes de Matemática com intento de promover a Dialética Ferramenta-Objeto, como por exemplo, na tarefa da Figura 8, em que o professor poderá usá-la para o estudo das maneiras de se obter as raízes da equação do segundo grau, apresentando as diversas maneiras válidas que permitem calculá-las.

As tarefas apresentadas nessa categoria são exemplos de tarefas propostas pelos livros didáticos que possibilitam a utilização de um ferramental matemático mais robusto quando é realizada a mudança de quadros, bem como oportunos contextos para a introdução de objetos novos ou diferentes a serem explorados – Dialética Ferramenta-Objeto.

5 Considerações finais

Motivados pelo objetivo proposto pelo presente trabalho, que se designou em identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança dos mesmos em tarefas que envolvem o conceito de área em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná, constatamos que nas tarefas analisadas existiram as mudanças de quadros.

Observou-se ainda, que algumas tarefas embora apresentassem até duas mudanças de quadros, tiveram um contraste notório com outras tarefas, em que mesmo havendo três quadros distintos, o estudante poder-se-ia optar por caminhos mais adequados ao seu

contexto de estudo e mobilizar ferramentas mais robustas das quais eram dispostas pelas tarefas da outra categoria.

Nesse sentido, destacamos nossa observação acerca das ferramentas utilizadas por meio das tarefas analisadas na pesquisa em tela. Nas tarefas que compuseram a primeira categoria, observamos que possuíam poucos momentos propícios para a mudança de quadros, estas apresentavam um ferramental pouco significativo, com escassez de conceitos considerados.

Dessarte, com uma única ferramenta o sujeito epistêmico poder-se-ia acabar respondendo a problemática, logo, não seria adequado recorrer ao uso de outras ferramentas complementares para obter a solução desejada. Isso posto, ressaltamos que tarefas não tão elaboradas como as que foram analisadas por tal categoria, são exemplos de tarefas que não propiciam a construção do conhecimento, mas sim repousam a sua estruturação na memorização.

Por outro lado, foi possível observar à luz do nosso objetivo, que as tarefas presentes na segunda categoria, oportunizavam uma quantidade maior de alternâncias entre quadros, bem como mobilizavam um ferramental mais robusto atrelado a distintos conceitos matemáticos.

Assim, de posse de uma única ferramenta o estudante poderia não ser capaz de resolver o problema proposto pela tarefa, o que implicaria transitar entre quadros e manipular uma maior quantidade de ferramentas para atingir o objeto final – solução do problema. Dessa forma, atentemo-nos que tarefas dessa natureza podem oportunizar não apenas a construção do conhecimento lógico-matemático, como também o contato com novos/diferentes conceitos.

Ressaltamos ainda, com vistas ao conceito de área, o qual nos direcionou na análise das seções dos livros didáticos e de suas respectivas tarefas, que apesar dos referenciais apresentarem o desenvolvimento lógico que estrutura as fórmulas matemáticas, assim como o modo de calcular a área de figuras geométricas, eles não se dedicaram a tecer sobre o que é a noção de área/o conceito de área.

Nesse sentido, sugerimos a presença de mais informações nas seções destinadas ao estudo de área de um objeto geométrico, de tal modo que seja apresentada ao leitor o que é o citado conceito de fato, desvinculando-o da concepção de uma fórmula e conseqüentemente, evitando concepções errôneas sobre o mesmo.

Enfatizamos que, não nos intentamos por meio deste trabalho analisar se os livros didáticos que compunham o corpus de nossa pesquisa são oportunos ou não para o ensino

da Matemática. Nosso propósito foi o de compreender que, para se trabalhar o conceito de área de figuras geométricas, os LDs devem apresentar tarefas direcionadas aos estudantes estruturadas por todas as naturezas possíveis, tais como aquelas que priorizem fundamentalmente a memorização/aplicação de fórmulas (categoria 1), bem como as que propiciem a construção do conhecimento e oportunizem ao estudante assumir o papel de sujeito epistêmico/investigador (categoria 2).

Em síntese, esperamos que novos trabalhos acadêmicos fundamentados pela teoria da Dialética Ferramenta-Objeto proposta por Régine Douady possam contribuir com a literatura, se direcionando ao estudo de demais conceitos matemáticos fundamentais, tal qual o que foi abordado por essa pesquisa.

Referências

- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. 1. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 1. ed. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017.
- BONOTTO, D. L.; SILVEIRA, M. A. S.; MARTINS, M. C. M. A Análise da Dialética Ferramenta-Objeto no objeto de aprendizagem “Potencializando o seu conhecimento”. *In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 10., 2009 **Anais [...]**. Ijuí: SBEM, 2009. p. 1-11.
- DOUADY, R. Jeux de cadre et dialectique outil-objet. **Recherche em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v.7, n.2, p. 5-31, 1986.
- DOUADY, R. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. **Repères - Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM)**, Paris, n. 6, p. 132-158, 1992.
- DOUADY, R. **L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage**. Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), Université de Paris VII, v. 191, p.1-51, 1993.
- GERÔNIMO, J. R.; FRANCO, V.S. **Geometria plana e espacial: um estudo axiomático**. 2. ed. Maringá: Eduem, 2010.
- GEWANDSZNAJDER, F.; ALVES-MAZZOTTI, A. J. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1998.
- LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, v. 3, n. 4, p.3-13, 1995.

KENSKI, V. M. Aprendizagem mediada pela Tecnologia. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 4, n. 10, p; 47-56, set./dez. 2003.

PACHÊCO, F. F. F.; SILVA, J. J.; SILVA, G. A. F. Atividades sobre comparação de área de figuras planas: análise de uma coleção de livros didáticos de matemática do ensino fundamental anos iniciais. **Revista de Pesquisa em Educação em Ciências e Matemática**, Araras: v. 3, 2,n. p.1-12, 2023.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetike**, Campinas-SP, v. 1, n. 1, p.7-17, 1993.

PEREZ, G. **Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1º e 2º graus)**. 1991. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

RUY GIOVANNI, J. J.; CASTRUCCI, B. (a). **A Conquista da Matemática**: 6º ano. 4. ed. São Paulo-SP: Editora FTD, 2018.

RUY GIOVANNI, J. J.; CASTRUCCI, B. (b). **A Conquista da Matemática**. 7º ano. 4. ed. São Paulo-SP: Editora FTD, 2018.

RUY GIOVANNI, J. J.; CASTRUCCI, B. (c). **A Conquista da Matemática**. 8º ano. 4. ed. São Paulo-SP: Editora FTD, 2018.

RUY GIOVANNI, J. J.; CASTRUCCI, B. (d). **A Conquista da Matemática**. 9º ano. 4. ed. São Paulo-SP: Editora FTD, 2018.

SAEB, **Mentalidade Matemática**: apenas 5% dos alunos saem da escola sabendo Matemática. Cotia. Disponível em <<https://mentalidadesmatematicas.org.br/saeb-2019-apenas-5-dos-alunos-saem-da-escola-sabendo-matematica/>>. Acesso em: 29 mar. 2022.

SANTOS, J. A. S. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, 2014.

SILVA, C. R.; GOBBI, B. C.; SIMÃO, A. A. O uso da análise de conteúdo como uma ferramenta para a pesquisa qualitativa: descrição e aplicação do método. **Rev. Org. Rurais Agroind.**, Lavras, v. 7, n. 1, p.70-81, 2005.

TEIXEIRA, P. J. M. Jogo de quadros na perspectiva de Régine Douady. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, n. 2, p. 145-165, 2014.

Recebido em: 26 de janeiro de 2023

Aceito em: 20 de abril de 2023