

A CONTRUÇÃO DO FRACTAL ILHA DE KOCH NO SOFTWARE SCRATCH

THE CONSTRUCTION OF THE FRACTAL KOCH ISLAND IN THE SCRATCH SOFTWARE

Raine de Oliveira Martins¹

Talita Secorun dos Santos²

Luciano Ferreira³

Resumo: O presente artigo objetivou relatar os resultados de um curso realizado de forma remota, via Google Meet, com duração de 4 horas, que envolveu a programação da Ilha de Koch utilizando o software Scratch e contou com a participação de alunos de 11 a 14 anos de escolar públicas e particulares. O curso citado teve como objetivo fomentar discussões sobre conceitos matemáticos por meio da construção do Fractal Ilha de Koch utilizando o software Scratch. Para tal intento, iniciamos a primeira etapa da construção do Fractal Ilha de Koch parte de um triângulo equilátero em que cada lado é subdividido em três partes iguais e em cada etapa da sua construção a parte do meio é substituída por um triângulo equilátero sem um dos lados. A programação se mostrou um favorecedor no entendimento de conceitos matemáticos e fomentou discussões sobre a origem das geometrias e estimulou o raciocínio lógico-matemático, a criatividade e a capacidade de compreender, analisar e resolver problemas. Durante a programação foi possível discutir conceitos relacionados a geometria como plano cartesiano e ângulo e conceitos como números inteiros e lógica matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Geometria Fractal; Software; Ilha de Koch.

Abstract: This article aimed to report the results of a course held remotely, via Google Meet, lasting 4 hours, which involved programming the Koch Island using the Scratch software and had the participation of students aged 11 to 14 from public and private schools. The aforementioned course aimed to encourage discussions on mathematical concepts through the construction of the Koch Island Fractal using the Scratch software. For this purpose, we started the first stage of the construction of the Koch Island Fractal from an equilateral triangle in which each side is subdivided into three equal parts and in each stage of its construction the middle part is replaced by an equilateral triangle without one of the sides. Programming proved to favor the understanding of mathematical concepts and fostered discussions about the origin of geometries and stimulated logical-mathematical reasoning, creativity and the ability to understand, analyze and solve problems. During programming, it was possible to discuss concepts related to geometry such as the Cartesian plane and angle and concepts such as integers and mathematical logic.

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) Agência de Fomento: CAPES. E-mail: raineoliveira31@gmail.com.

² Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR). Professora Adjunta da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Pesquisador do Grupo de Pesquisas em Educação Matemática de Campo Mourão – GEPEMCaM. E-mail: tsecorun@gmail.com.

³ Doutor em Educação Para a Ciência e o Ensino de Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Professor Adjunto da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Pesquisador do Grupo de Estudos Foucaultianos da UEM- GEF e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática de Campo Mourão – GEPEMCaM. E-mail: luciano.mat.mga@gmail.com.

Keywords: Mathematics education; Fractal geometry; Software; Island of Koch.

Introdução

Com o início do ano de 2020, o mundo se deparou com a pandemia causada pelo vírus COVID-19. Uma doença de fácil contágio causada por um vírus denominado Coronavírus (SARS_COV-2), com o desconhecimento de vacinas e ou métodos de tratamento, a Organização Mundial da Saúde (OMS) estabeleceu como medida principal de combate a pandemia o distanciamento social, entre outras recomendações relacionadas à higiene. Essa circunstância surpreendeu os educadores, suspendendo as aulas presenciais em todos os níveis de ensino em âmbito nacional. Com a impossibilidade de ministrar aulas presenciais, se fez necessária a busca por alternativas didáticas para professores durante o período de restrições. Ao tratar de alternativas tecnológicas para o ensino de conhecimentos matemáticos, as Tecnologia de Informação e Comunicação (TDIC) e as Tecnologias Digitais (TD) ganharam protagonismo.

As Tecnologias Digitais provocaram grandes e rápidas transformações em nossa sociedade de forma diária. De acordo com Costa, Duqueviz e Pedrosa (2015), “a perspectiva de mudança nas práticas sociais é presente entre os jovens, principalmente entre os estudantes com acesso às TD”. A intenção de implementar esses métodos com estudantes é deixá-los em um contato direto com o mundo computacional e, com isso, oferecer uma oportunidade de que deixem de ser apenas usuários de programas, mas que tenham suas habilidades e conhecimentos explorados dentro desses programas e desenvolvam suas próprias programações.

Quando o aluno usa o computador para construir o seu conhecimento, o computador passa a ser uma máquina para ser ensinada, propiciando condições para o aluno descrever a resolução de problemas, usando linguagens de programação, refletir sobre os resultados obtidos e depurar suas ideias por intermédio da busca de novos conteúdos e novas estratégias (VALENTE, 2002, p. 03).

Considerando esse panorama, foi desenvolvido e aplicado um curso subdividido em três momentos, no primeiro momento foi realizada a programação do jogo Pong utilizando o software Scratch, no segundo momento foi realizada a programação de uma adaptação o jogo Pac-man. O presente trabalho aborda o último momento do curso que

foi aplicado de forma remota utilizando o Google Meet⁴ com a duração de 4 horas o qual desenvolveu a programação do Fractal Ilha de Koch. Participaram do curso 5 alunos com faixa etária de 11 a 14 anos do ensino fundamental II de escolas públicas e particulares. Para a construção do fractal foi utilizado o software Scratch.

Metodologia

A proposta de pesquisa foi desenvolvida em etapas, inicialmente como uma maneira de fundamentar o presente trabalho, foi realizada uma pesquisa bibliográfica com a coleta de trabalhos, minicursos e apresentações acerca do uso de softwares no ensino e aprendizagem da matemática, utilizando a ferramenta de busca disponibilizada no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, em específico nos anais das 13 edições do Encontro Nacional Ensino Matemático – ENEM. A pesquisa buscou títulos utilizando como palavras-chave: Geometria, Softwares e Geometria fractal. Nessa busca, foram encontrados 37 trabalhos. A leitura desses trabalhos foi importante para a construção das outras etapas da pesquisa, uma vez que nos mostrou um panorama do que já havia sido publicado a respeito do tema.

Em seguida, foi realizado um estudo sobre a Geometria Fractal apoiados nas obras de Barbosa (2005) e Carvalho (2005) com o objetivo de auxiliar nas construções dos objetos geométricos e na elaboração do material com as etapas das programações considerando as características principais dos objetos fractais que são autossimilaridade, dimensão fracionaria e complexidade infinita.

Posteriormente, foram desenvolvidas as programações do Fractal Ilha de Koch utilizando o software Scratch e o desenvolvimento da programação. Por fim, a atividade foi desenvolvida com cinco alunos com faixa etária de onze a quatorze anos do ensino fundamental II de escolas públicas e particulares de forma remota utilizando a plataforma Google Meet.

Para a análise dos materiais construídos, os encontros foram transcritos e os alunos denominamos de A1, A2, A3, A4 e A5 e a professora que desenvolveu as atividades de P1.

Um olhar para as atividades durante os encontros

⁴ O Google Meet é um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pela Google que facilita a participação nas videochamadas de trabalho.

Como descrito acima relatamos aqui a última etapa do curso que teve a duração de 4 horas e teve o intuito de trabalhar com conceitos de Geometria Fractal. Esta etapa teve início com a apresentação e discussão acerca dos cinco postulados de Euclides individualmente e suas devidas representações no software GeoGebra. O primeiro postulado enuncia que entre dois pontos pode-se traçar apenas uma reta. O conceito de reta foi discutido nesse momento, e o software GeoGebra foi utilizado como um auxiliar nessa discussão. Aos alunos foi solicitado que eles tentassem colocar o maior número de pontos em uma reta.

P1: O que é uma reta para vocês?

A2: Uma linha

A1: Um conjunto de infinitos pontos.

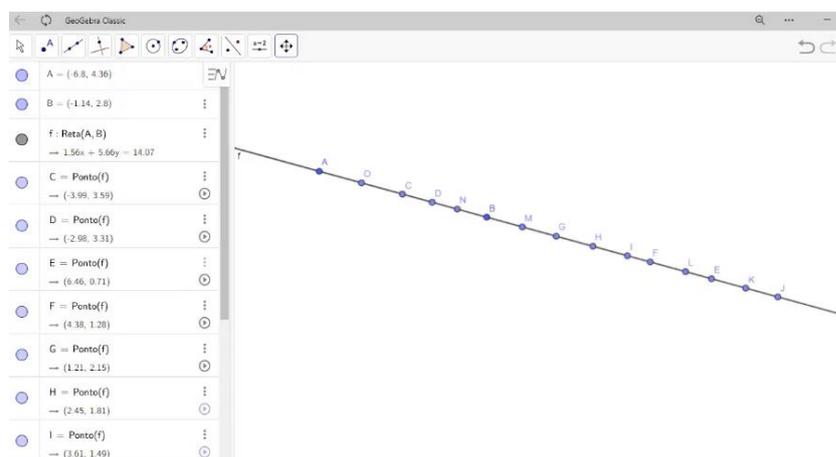


Figura 1: Reta e seus pontos.

Fonte: Autores (2023).

Dando sequência ao curso, foi apresentado o segundo postulado que enuncia que partir de qualquer ponto de uma reta dada é possível marcar um segmento de comprimento arbitrário. Este postulado provocou questionamentos e muitas dúvidas, principalmente sobre os conceitos de reta e segmento e as diferenças entre eles.

A2: Eu não entendi aquela parte lá que você falou de segmento.

P1: Um segmento de reta é uma reta limitada por dois pontos externos. Diferente da reta que não tem nem começo nem fim, o segmento de reta pode ser uma parte da reta.

Trabalhando com o terceiro postulado, que enuncia que é possível obter uma circunferência com qualquer centro e qualquer raio, foi abordado o conceito de raio, conteúdo apresentado como conhecido pelos participantes.

P1: Vocês sabem o que é raio de uma circunferência?

A1: Eu sei, o raio da circunferência é do meio do círculo até a borda.

P1: Alguém sabe me dizer por que independentemente do ponto que eu escolher na borda da circunferência não muda meu raio?

A2: Porque não tem como mudar.

A1: Porque a distância é a mesma!

Durante a apresentação do quarto postulado, que enuncia que todos os ângulos retos são iguais, foi possível iniciar as discussões acerca do conceito de retas paralelas. Mais uma vez o software GeoGebra foi utilizado como um meio de promover as discussões com os participantes que mostraram compreender o conceito de retas paralelas.

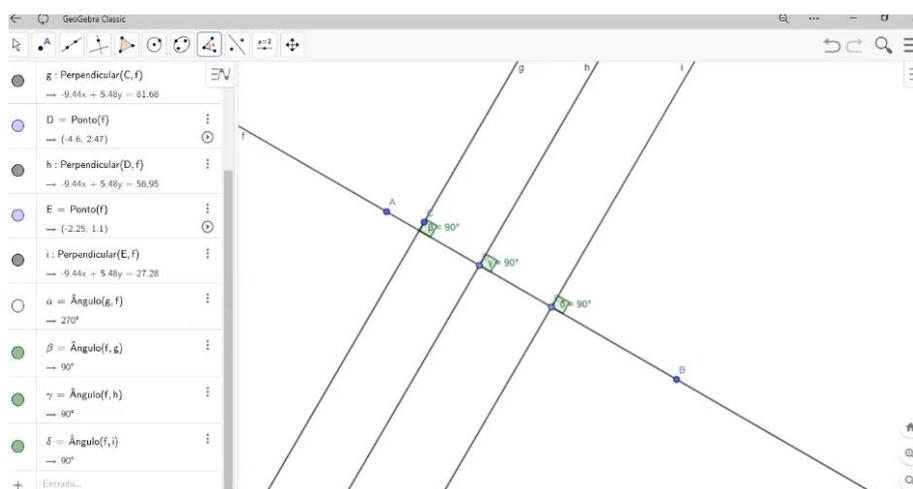


Figura 2: Reta com angulação em 90 graus
Fonte: Autores (2023).

P1: vocês sabem me dizer o que é uma reta paralela?

A2: Uma linha do lado de outra linha.

A1: São retas que não se cruzam.

Para abordar o quinto postulado, inicialmente foi apresentado aos alunos o livro Os Elementos de Euclides traduzido por Irineu Bicudo.

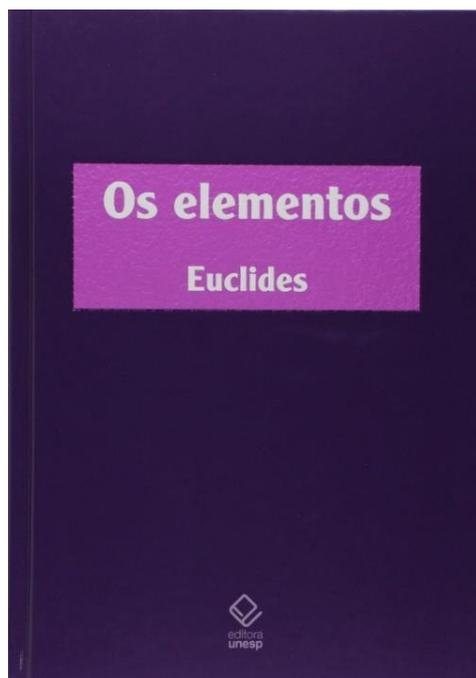


Figura 3: Livro Os elementos
Fonte: Autores (2023).

Com a apresentação do quinto postulado, iniciou-se discussões acerca das Geometrias não euclidianas. O quinto postulado enuncia que dados uma reta r e um ponto P que não pertence a reta r , existe uma única reta que passa pelo ponto P e é paralela a r .

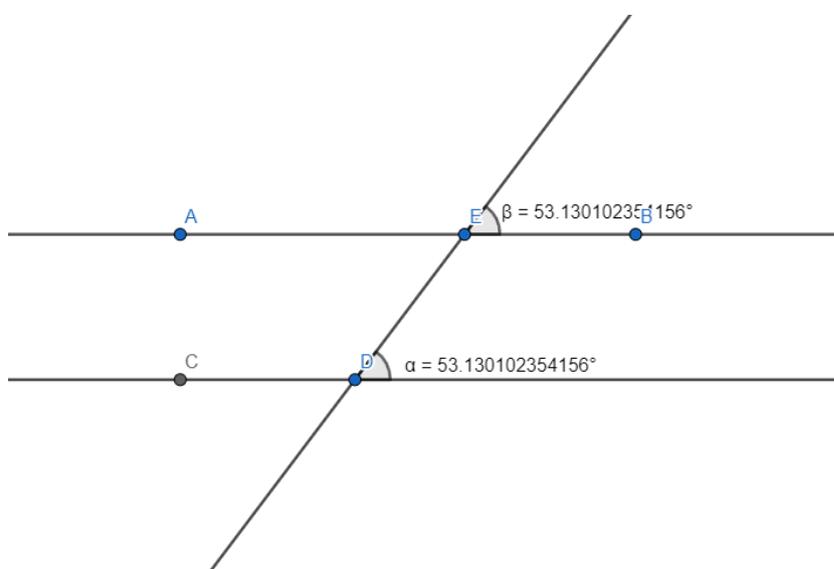


Figura 4: Quinto postulado no GeoGebra
Fonte: Autores (2023).

Com a discussão do quinto postulado, iniciou-se o debate da possibilidade de construção de outras geometrias, diferentes da Geometria Euclidiana.

P1: Vamos construir uma matemática que vocês não viram até aqui. Qual a menor distância entre dois pontos?

A1: Uma reta.

P1: Agora pensando dentro da cidade, nós podemos fazer esse trajeto em linha reta, alguém consegue ir em linha reta?

A1: Não, até porque o nosso planeta é uma esfera.

A2: E porque temos os bairros.

P1: Com isso temos outras geometrias, que nos ajudam a entender isso. Temos a geometria dos taxistas, que envolve contagem de curvas que não tem amparo da geometria euclidiana.

A1: Vai depender de quantas curvas tem e o trajeto vai variar a distância.

P1: Isso. Temos várias outras Geometrias e o hoje nós vamos conhecer a Geometria Fractal.

Durante comentários dos participantes acerca das verdades matemáticas, iniciamos a discussão sobre qual seria a menor distância entre dois pontos. Com isso foi possível discutir o conceito de reta e como a geometria de Euclides, a qual se tem acesso em âmbito escolar, não engloba a realidade que vivemos no mundo. Para melhor compreensão e visualização foi trazido uma representação do globo para exemplificar a Geometria da superfície esférica e como ela pode representar trajeto de aeronaves e se contrapõe ao quinto postulado de Euclides.

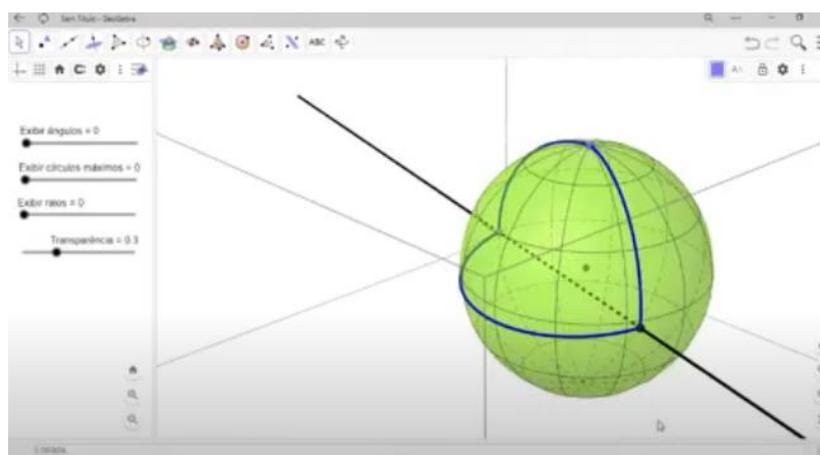


Figura 5: Reta atravessando a superfície de uma esfera

Fonte: Autores (2023)

Como uma das possíveis maneiras de visualizar uma Geometria não euclidiana foi abordada a Geometria elíptica e sua utilização em rotas aéreas, seu posicionamento de latitude e longitude.

Com o questionamento, “O que é fractal?”, feito pela professora, iniciou-se uma discussão acerca da Geometria Fractal. Juntamente a isso, utilizamos a programação do fractal Triângulo de Sierpinski desenvolvido no software GeoGebra pela primeira autora do presente trabalho, como uma maneira de exibir as propriedades dessa geometria.

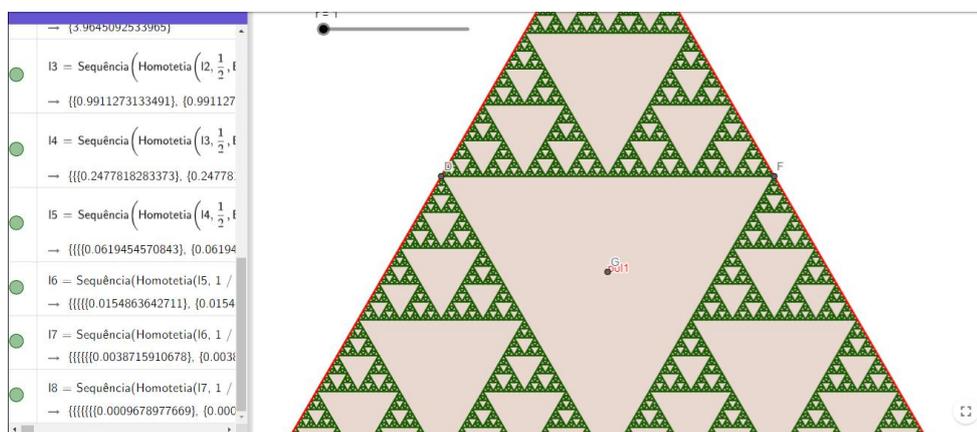


Figura 6: Comando sequencia
Fonte: Autores (2023)

A construção do Fractal utilizando o GeoGebra provocou inquietações e questionamentos sobre a possibilidade de infinitas iterações.

A1: Tem como fazer infinitas iterações?

P1: Sim, vocês conseguem visualizar a autossimilaridade da imagem?

A1: Sim.

P1: Agora nós vamos visualizar alguns fractais na natureza, que acredito que vocês verão com outros olhos depois dessa nossa conversa.

A1: Nossa, muito diferente do que eu via antes.

A2: Mas esse não é infinito né, porque no final ele para.

Foram apresentadas aos participantes imagens de fractais na natureza como uma maneira de exemplificar três características principais: autossimilaridade, dimensão fracionária e complexidade infinita. A autossimilaridade trata das partes do objeto fractal que se assemelham ao seu todo, ou seja, é possível tomarmos uma parte do fractal e observarmos que esta parte se assemelha ao todo em sua forma e características de construção (BARBOSA, 2005). A complexidade infinita refere-se ao infinito número de iterações possíveis a um objeto fractal que podem ocorrer de forma recursiva ou iterativa, e com isso, devido a esta infinitude, não há possibilidade de representar um fractal de

forma completa, pois sempre haverá uma nova iteração a ser realizada (CARVALHO, 2005). No que diz respeito a dimensão de um objeto fractal, não necessariamente nos deparamos com um número inteiro, uma vez que a dimensão deste objeto está relacionada com o nível de irregularidade ou fragmentação do fractal, bem como o seu grau de ocupação no espaço (CARVALHO, 2005).

Com as apresentações de possíveis fractais na natureza foram trazidas imagens como de um girassol e um brócolis. Com isso foi possível perceber que os participantes olhavam as imagens de forma diferente identificando os padrões geométricos e de autossimilaridade entre os objetos. Como uma maneira de finalizar esse momento de introdução aos fractais foi feito a comparação dos padrões dos alvéolos do pulmão humano e os padrões desenvolvidos em afluentes de um rio.

Os fractais contam com iterações infinitas, porém ao olharmos a natureza temos suas representações em iterações de forma limitada, com menos recursos e repetições, que as que os softwares nos permitem desenvolver.

Curva Koch e Ilha de Koch

Segundo Barbosa (2002), a Curva de Koch foi citada pela primeira vez em 1904 em um artigo no qual o polonês Helge Von Koch descreve a criação de curvas contínuas sem tangentes, que ficou conhecida como Curva de Koch. A construção dessa curva é realizada da seguinte maneira: parte-se de um segmento de reta, secciona-se esse segmento em três partes iguais, retira-se o terço médio do segmento inicial e o substitui por um triângulo equilátero sem a base. As condições anteriores devem ser repetidas para cada um dos novos segmentos. Para a visualização da Curva de Koch, foi criada a relação inicial com triângulos equiláteros sem a base, porém também temos a possibilidade de utilizar do conceito do ângulo dos segmentos para facilitar a transição e visualização no momento da programação do objeto. Na Figura 5 abaixo vemos 4 iterações de Koch

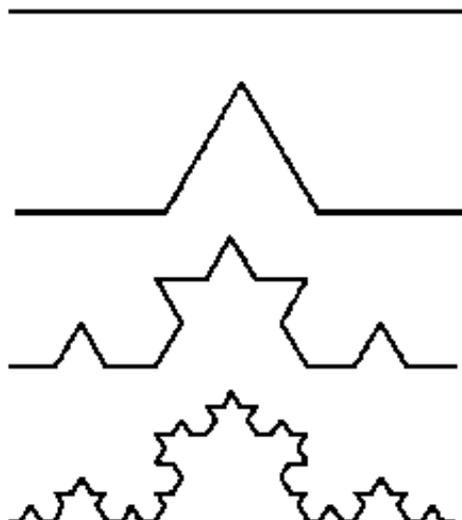


Figura 7: Níveis da Curva de Koch
Fonte: Autores (2022).

Durante a tentativa de introdução da curva de Koch um estudante apresentou a sua tela do computador, de modo que reproduzisse a tela anterior da maneira em que a primeira imagem se assemelhava a última e questionou:

A1: Eu pensei assim, quero saber se isso daqui é um fractal.

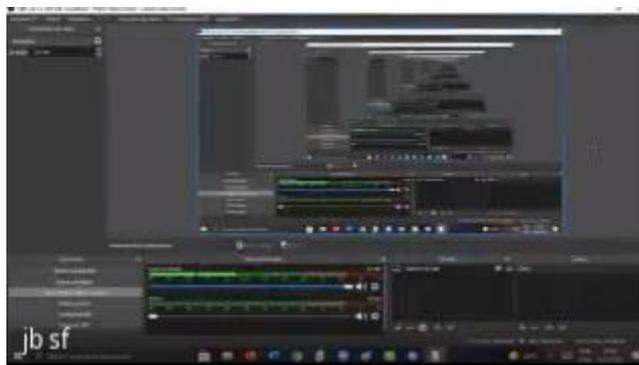


Figura 8: Reprodução da tela do participante A1
Fonte: Autores (2023)

P1: Sim, já que a última imagem se assemelhar a primeira, sempre que isso acontece podemos considerar um objeto fractal.

A2: Professora na Curva de Koch na primeira iteração com relação a quarta vai ser mais longa que a primeira não vai?

P1: O caminho ou como chamamos o perímetro irá aumentar sim.

Definiremos o desenho da Curva de Koch, partindo de um segmento limitado, este segmento é seccionado em três partes iguais, o segmento central é retirado e substituído

por um triângulo retângulo sem a base ou por dois segmentos onde a primeira parte da angulação é de 60 graus e o segundo com a angulação de 120 graus, o qual se intersecciona com o segmento original em 60 graus.

Como forma de esclarecer o formato do objeto, foi realizada a visualização da Curva no software GeoGebra com as iterações variando com o controle deslizante.

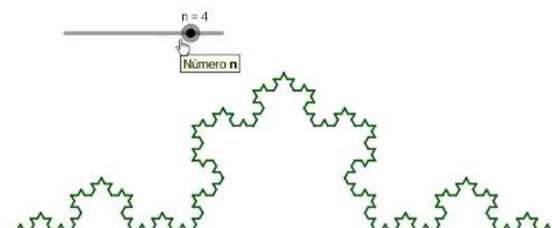


Figura 9: Curva de Koch no GeoGebra
Fonte: Autores (2023)

A curva de Koch da origem a chamada Ilha de Koch ou Floco de Neve de Koch, que são construídas seguindo a mesma estrutura da curva, porém partindo de um triângulo equilátero e cada lado desse triângulo são construídas as curvas. A figura obtida com o triângulo equilátero lembra visualmente um floco de neve, por esse motivo é chamado de Floco de Neve.

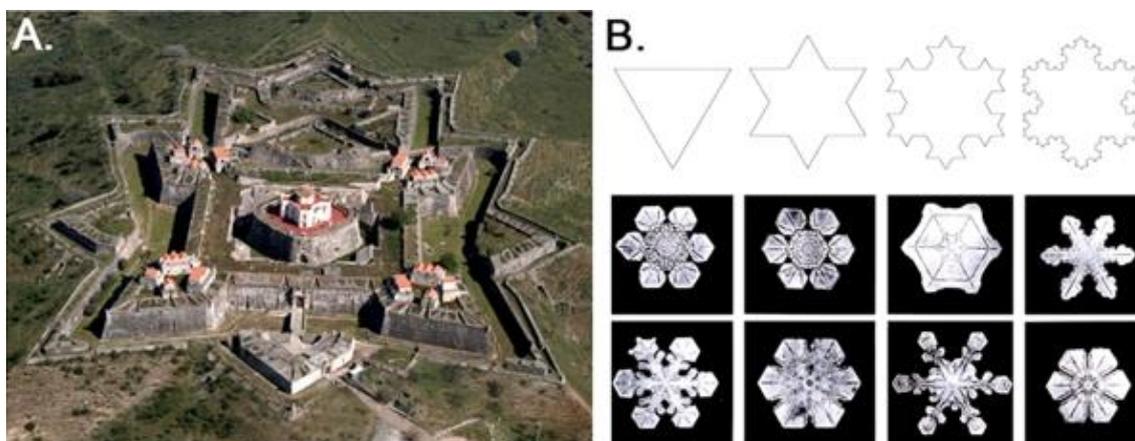


Figura 10: A. Forte de Nossa Senhora da Graça, Elvas, Portugal. B. Imagens de topo – modelo fractal dum cristal de gelo gerado pelo padrão repetido dum triângulo precedente (Koch snowflake)
Fonte: Imagem adaptada de <http://goo.gl/rsZ1M0>. Fotografia com fundo preto são imagens reais e ampliadas de cristais de gelo

A2: Parece um floco de neve, sei lá.

A1: São triângulos equiláteros.

P1: Isso, só que sem a base.

A1: Aí podemos fazer isso infinitamente.

P1: A antena que temos interna no nosso celular.



Figura 11: Antena interna de celular
Fonte: Autores (2023)

A1: A gente pensa tanto em tecnologia, mas até os pixels são fractais né?

P1: Exatamente.

A1: Então tudo que é feito hoje usam fractais?

P1: Isso, muitas coisas usam os fractais como base.

A1: Mas os fractais podem ter curva?

A2: Se fossem várias montanhas redondas, parecem um fractal.

P1: Estudamos um trabalho que trata da costa do Brasil, que se formos seguir via mar, não temos um padrão de retas nele, e ele se assimila a um fractal.

A1: Eu estou vendo aqui e parece que ele é infinito.

P1: Compartilha com a gente então, o vídeo.

A2: Da ânsia.

A3: Vai dando tontura.

O exemplo exibido por A1 é o conjunto de Julia em um vídeo encontrado pelo participante.

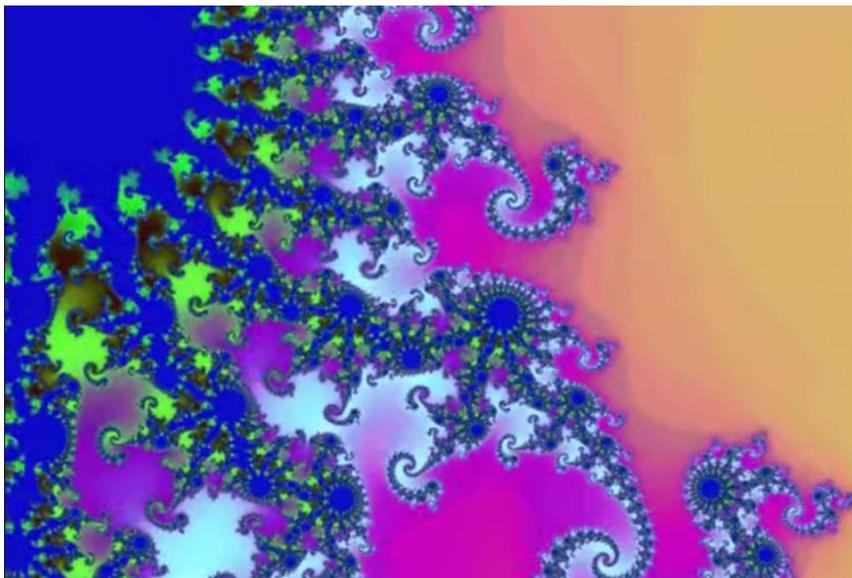


Figura 12: Julia fractal

Fonte: Julia Set Fractal Zoom, 2008.

Anterior a programação da Ilha foi exibida a programação pronta da Curva de Koch no software Scratch, apresentado na Figura 8:

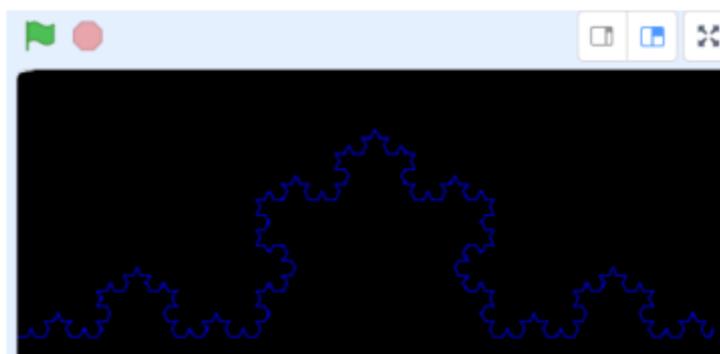


Figura 13: Curva de Koch no Scratch

Fonte: Autores (2023).

A partir desta apresentação foi descrito a lógica de programação da curva novamente, utilizando os graus e exemplificando como esse padrão se repete e como essas repetições causam a autossimilaridade entre os segmentos feitos, algo que é característica da Geometria Fractal.

Programação Ilha de Koch

A programação foi desenvolvida simultaneamente com todos os alunos participantes do curso e foi subdividida em etapas, expostas a seguir:

1- Iniciamos o nosso desenho com 2 comandos simples. Ao clicar na bandeira verde o código será iniciado, e tudo que foi produzido anteriormente será apagado, para

que os desenhos não se sobreponham, em seguida, o programa redefine o tamanho que definimos para nossa ilha.



Figura 14: Programação inicial da caneta.

Fonte: Autores (2023).

2- Quando a tecla espaço for clicada a caneta irá para a posição $x = -130$ e $y = 80$, e definirá uma cor para o desenho.

Durante os passos 1 e 2 foi retomamos conceitos como ângulo, plano e par ordenado, como também o conceito de variável, utilizada para definir o tamanho do objeto e o espaço o qual irá ocupar no palco⁵, a fim de evitar que o desenho ultrapasse o tamanho do palco o que ocasionaria erro na programação. O posicionamento ideal para o desenho do fractal ficou definido como 156 un. e com isso a posição inicial da caneta no par ordenado $(-130, 80)$.

3- Utilizando o recurso bloco cria-se um bloco e o definimos com duas variáveis: tamanho e interações. No interior do recurso bloco utiliza-se o comando se, para obter as rotações de 60 e 120 seguindo as características de um triângulo equilátero e a fragmentação de seus segmentos afim de encontrar o nosso desenho final.

⁵ O local onde as programações são desenvolvidas é denominado palco.

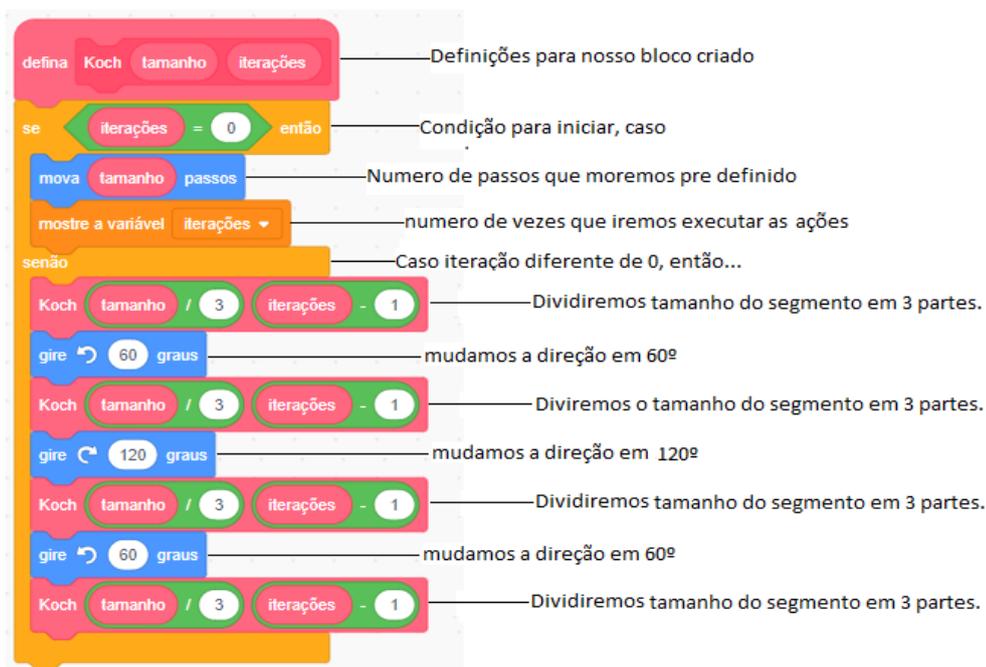


Figura 15: Definição do bloco de repetição

Fonte: Autores (2023).

Durante a programação do bloco ocorreu a oportunidade de trabalhar com conceitos da lógica matemática, por exemplo, com a utilização dos comandos “se e se não”. No decorrer da criação do bloco foi discutido a divisão de um segmento em três partes e a angulação dos segmentos para a formação do objeto de acordo com o número de interações. Por meio ajuda dos participantes, foi elaborada uma forma diferente de representar a angulação. Quando definimos o lado o qual o segmento se movimentaria em 60 graus, considerando a limitação do software de deslocamento do ângulo apenas para um lado, a solução trazida foi substituir o uso de 60 graus para 420 graus.

4- Quando a tecla espaço for pressionada o recurso bloco será executado 3 vezes formando a Ilha de Koch.

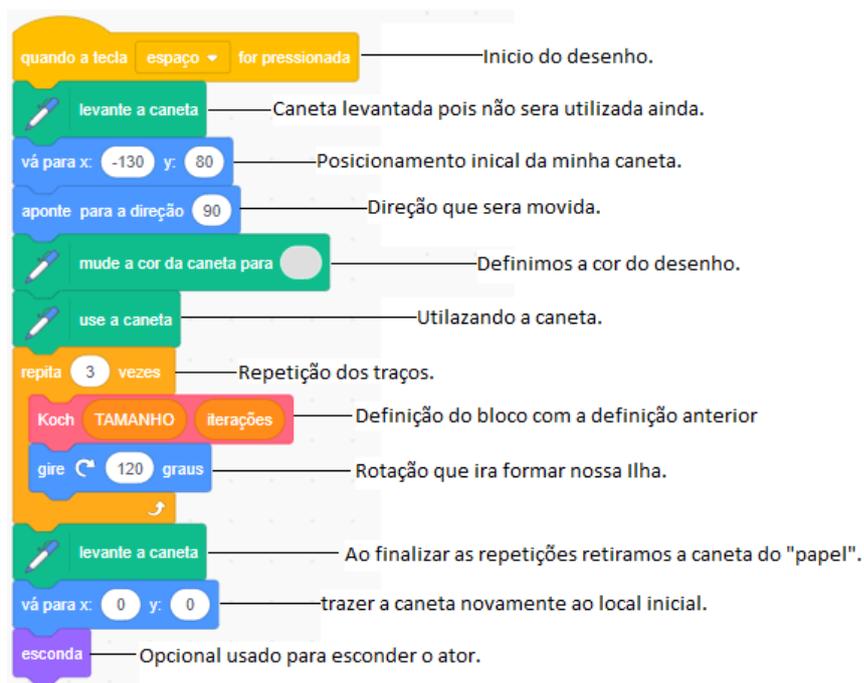


Figura 16: Programação da Ilha
Fonte: Autores (2023).

Ao final da programação os participantes apontaram que com o aumento de iterações os segmentos do objeto aumentavam de forma que um segmento era fragmentado em 4 segmentos. A partir deste pensamento, os alunos puderam compreender que para se obter o número de segmentos que a iteração iria proporcionar, definiríamos o número de iterações como n e total de segmentos como $3 \cdot 4^n$.

Considerações finais

Com a realização desse curso foi possível perceber o quanto a utilização de softwares desperta a aprendizagem de uma forma dinâmica, divertida e iterativa, estimulando a criatividade. O desenvolvimento desta atividade tornou possível trabalhar conceitos, alguns conhecidos e outros não, como plano cartesiano, ângulos entre os segmentos e a própria Geometria Fractal.

O uso de software apresentou-se como uma importante ferramenta de aprendizagem de conceitos matemáticos, proporcionando aos alunos uma experiência interativa e envolvente no processo de aprendizagem. Considerando que estávamos tratando de estudantes extremamente envolvidos com tecnologias e curiosos com relação a programação. Durante o curso foi possível realizar estímulos relacionado ao pensamento lógico o que ocasionou a criatividade na hora de programar e a fixação do

pensamento geométrico por parte dos participantes. A Geometria Fractal era um tema desconhecido para os participantes, assim como a existência de qualquer geometria diferente da geometria euclidiana. As visualizações de fractais na natureza seguido da visualização de outros fractais sintéticos como triângulo de Sierpinski a Ilha de Koch e a programação do desenho de Koch e suas interações, foi uma maneira de ensinar aos alunos que existe uma que não obedece aos padrões euclidianos que possui uma autossimilaridade e que essas formas podem ser observadas na natureza. E ao utilizar a tecnologia como software de programação para visualizar esses conceitos aproxima a matemática da realidade dos participantes.

Os softwares matemáticos permitem a exploração de conceitos de forma visual e dinâmica, possibilitando a manipulação de objetos matemáticos, a construção de modelos e a resolução de problemas em um ambiente virtual. Essa abordagem estimula a curiosidade e o interesse dos alunos e promove a compreensão de conceitos abstratos, como relações numéricas, geometria e funções matemáticas. O software fornece um feedback imediato, permitindo que os alunos testem suas ideias, identifiquem erros e realizem ajustes, promovendo a aprendizagem ativa e autônoma. Além disso, o uso de softwares permite personalizar o ensino, atender às necessidades individuais dos alunos e proporcionar um ambiente de aprendizagem diferenciado e adaptável. Em resumo, o uso de software como ferramenta de aprendizagem de conceitos matemáticos potencializa a compreensão, a motivação e o envolvimento dos alunos, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e eficaz.

Em resumo, o curso possibilitou construir debates acerca de formas de visualizar padrões matemáticos nas irregularidades, noções de infinito, apresentando um mundo de novos conceitos geométricos e matemáticos. Isso pode indicar que a implementação de métodos de ensino que tornem o ensino da matemática algo mais aprazível, com a utilização de softwares que pode favorecer o aprendizado, instigando o pensamento lógico e a capacidade de resolver problemas. Ao utilizar o software como uma ferramenta para aprender conceitos matemáticos pode auxiliar a compreensão, a motivação e o envolvimento do aluno, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e eficaz.

Um participante nos fez o seguinte relato: quem dera se na escola fosse legal como no curso. Temos o entendimento que não são todas as aulas que podem ser dinâmicas, mas nos leva a pensar na eficácia deste formato de ensino. Considerando a direção que a sociedade se move perante as tecnologias, o uso de programação em uma aula de matemática pode se apresentar como uma possibilidade de aproximar cada vez mais o

ensino da matemática ao mundo da tecnologia e dos softwares e torná-la algo que desperte o interesse, a curiosidade que pode trazer um olhar diferente para a disciplina.

Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

CARVALHO, H. C. **Geometria Fractal**: perspectivas e possibilidades no ensino de Matemática. 2005. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

COSTA, Sandra Regina Santana; DUQUEVIZ, Barbara Cristina; PEDROZA, Regina Lúcia Sucupira. Tecnologias digitais como instrumentos mediadores da aprendizagem dos nativos digitais. **Psicologia Escolar e Educacional**, Maringá, v. 19, n. 3, p. 603-610, set./dez. 2015. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572015000300603&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 21 ago. 2021. doi: <http://dx.doi.org/10.1590/2175-3539/2015/0193912>.

JULIA SET FRACTAL ZOOM. [S. l: s. n.]. 2008. 1 vídeo (1min40sec). Publicado pelo canal Oshig1983. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=gruJOS3TTtI>. Acesso em: 21 ago. 2021.

PARANÁ Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica do estado do Paraná: matemática**. Curitiba. SEED, 2008. p.82.

VALENTE, José Armando (org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, São Paulo: Nied, 2002

NEVES. H. **O que tem o pulmão humano em comum com o leito de um rio, uma fortificação ou um cristal de gelo?** Disponível em: <https://cientistasdescobriramque.com/2014/12/03/o-que-tem-o-pulmao-humano-em-comum-com-o-leito-de-um-rio-uma-fortificacao-ou-um-cristal-de-gelo/>. Acesso em: 21 ago. 2021.

Recebido em: 28 de abril de 2023

Aceito em: 26 de junho de 2023