

## UMA QUESTÃO DO ENEM COMO PONTO DE PARTIDA PARA UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

### AN ENEM QUESTION AS START POINT FOR A MATHEMATICAL MODELLING ACTIVITY

Edcléber Carvalho dos Santos<sup>1</sup>

Emerson Tortola<sup>2</sup>

Karina Alessandra Pessoa da Silva<sup>3</sup>

Nágela Martins<sup>4</sup>

**Resumo:** Este relato apresenta uma experiência com a modelagem matemática em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, em um colégio localizado no Norte do Paraná. A atividade, com o tema Tempo de Leitura, foi inspirada em um problema de aplicação da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), edição de 2021, e foi planejada para ser desenvolvida como um problema de modelagem. No planejamento foram antecipadas algumas ações que foram implementadas em sala de aula. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos foram organizados em grupos e convidados a coletar dados empíricos e fazer uma abordagem matemática para a situação-problema relativa ao tempo de leitura dos estudantes do colégio. Com a experiência, evidenciamos que um problema de modelagem pode emergir de uma questão do ENEM, provocando o envolvimento dos alunos com o tema e discussões que podem direcioná-los a lançar um olhar crítico sobre a temática.

**Palavras-chave:** Planejamento; Coleta de dados empíricos.; Média aritmética; Educação Básica.

**Abstract:** This report presents an experience with mathematical modelling in an 8th Grade Elementary School class, in a school located in the North of Paraná. The activity, with the theme Reading Time, was inspired by an application problem of the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), 2021 edition, and was planned to be developed as a modelling problem. In the planning, some actions were anticipated and implemented in the classroom. For the development of the activity, students were organized into groups and invited to collect empirical data and make a mathematical approach to the situation-problem related to the reading time of college students. With experience, we showed that a modelling problem can emerge from an ENEM question, provoking the students' involvement with the theme and discussions that can direct them to take a critical look at the theme.

<sup>1</sup> Mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: edcleberc@hotmail.com

<sup>2</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Toledo, Paraná, Brasil. E-mail: emersonortola@utfpr.edu.br

<sup>3</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: karinapessoa@gmail.com

<sup>4</sup> Mestranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br

**Keywords:** Planning; Empirical data collection; Arithmetic Average; Basic Education.

## 1 Introdução

Atividades de modelagem matemática são reconhecidas na literatura por sua abordagem matemática de situações não essencialmente matemáticas, geralmente associadas à realidade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; NISS; BLUM, 2020). Dessa forma, elas têm como premissa a investigação de um problema formulado a partir da observação do mundo ao nosso redor (STILLMAN, 2015).

Acontece que nas habituais aulas de matemática pode não haver muito espaço para a formulação de problemas, uma vez que, em geral, elas carregam características de um ensino expositivo, cujo papel do professor é o de explicar conteúdos programados e propor exercícios de verificação, os quais são em sua maioria descontextualizados, tais como apresentados nos livros didáticos, principal material de apoio do professor.

Desse modo, formular um problema tal como se espera em uma atividade de modelagem, revela-se um desafio. É preciso identificar no mundo que nos rodeia um dilema ou uma situação amorfa, a qual deve ser colocada na forma de uma questão “passível de análise matemática” (STILLMAN, 2015, p. 42).

Há, entretanto, meios e materiais que podem auxiliar o professor nessa empreitada. Um deles, conforme Bliss e Libertini (2016), é transformar um problema matemático em um problema de modelagem. De acordo com as autoras pode-se fazer isso adicionando rótulos a um problema matemático, transformando-o em um problema de palavras, e adicionando contexto e significado, transformando-o em um problema de aplicação, mas essas transformações ainda não são suficientes. Para as autoras, “um problema de modelagem também deve fornecer espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução” (BLISS; LIBERTINI, 2016, p. 12)<sup>5</sup>.

O que se almeja é que o professor encontre em seu material didático uma variedade de questões que podem vir a ser abordadas em sala de aula como atividades de modelagem matemática, podendo partir desde uma questão matemática,

---

<sup>5</sup> Esse processo de transformação de um problema matemático em um problema de modelagem é ilustrado pelas autoras a partir de um esquema, que pode ser verificado em Bliss e Libertini (2016, p. 12).

descontextualizada, até de problemas de aplicação, como o são as questões propostas em algumas avaliações externas, como as do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

As questões do ENEM são amplamente difundidas e mobilizam a educação brasileira em todo o território nacional, uma vez que são utilizadas não apenas como indicativo do desempenho dos alunos, mas como porta de entrada para o Ensino Superior em muitas instituições públicas e privadas. Além disso, avaliações em larga escala, como o ENEM, provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) e vestibulares, têm impacto direto na sala de aula, direcionando, inclusive, o trabalho pedagógico e as abordagens que são realizadas pelos professores (RIBEIRO; SACRAMENTO; BELMIRO, 2017).

A partir de 2009, com o “Novo ENEM”, a prova adotou um *design* que busca oportunizar que “o estudante demonstre domínio de competências e de habilidades na solução de problemas, fazendo uso dos conhecimentos adquiridos na escola e na sua experiência de vida” (PASSOS; OLIVEIRA; SALVI, 2011, p. 315). Esse formato parece se alinhar a uma perspectiva que defende a contextualização como meio de auxiliar na atribuição de sentidos aos conteúdos a partir do conhecimento de sua utilização, como por exemplo Matos e Lara (2015, p. 1), que criticam que “[...] muitos professores não se preocupam em contextualizar suas aulas de modo a esclarecer para os estudantes em que problema real esse conteúdo está envolvido”.

É sob essa perspectiva que as questões do ENEM podem ser classificadas como problemas de aplicação, tal como caracterizados por Bliss e Libertini (2016), com um contexto que dá origem às informações e com significados produzidos a partir dele, inclusive para a Matemática, cabendo ao professor adicionar interpretação e escolhas no processo de resolução para transformá-las em problemas, que ao ser investigados podem figurar atividades de modelagem.

Nesse contexto, relatamos uma experiência cuja atividade de modelagem matemática desenvolvida, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, no ano de 2022, de uma escola particular do Norte do Paraná, foi inspirada em uma questão presente na prova do ENEM - edição 2021 (aplicação regular).

Os dados relativos ao desenvolvimento da atividade foram produzidos a partir de gravações em áudio e vídeo, registros fotográficos, anotações em diário de campo e produções escritas dos alunos. O relato contempla desde o planejamento da atividade, momento em que ocorre a transformação da questão em um problema de modelagem, até

a comunicação dos resultados pelos alunos e uma estruturação do conteúdo matemático pelo professor.

## 2 Da questão do ENEM para a atividade de modelagem

Ao vislumbrar uma temática que possa ser abarcada no âmbito de uma atividade de modelagem, o professor deve organizar um planejamento no qual algumas ações são agendadas para dirigir os alunos à investigação do problema, tanto com relação a como o problema será enunciado e proposto, convidando-os para a atividade, quanto com relação aos questionamentos que podem ser realizados para orientar possíveis abordagens matemáticas para a resolução do problema e para a interpretação e a validação dos resultados. Com esse planejamento, é possível antecipar algumas resoluções que os alunos podem empreender para desenvolver a atividade, preparando-se para orientá-los, caso venham de fato a surgir.

Segundo Pinto e Araújo (2021, p. 3), o planejamento é “um processo de reflexão, tomada de decisão, colocação em prática e avaliação em torno do desenvolvimento de uma atividade de modelagem”. De modo geral, na elaboração do planejamento, o professor deve considerar múltiplas possibilidades de encaminhamento. Para Schrenk e Vertuan (2022, p. 219), tais possibilidades

[...] envolvem o conhecimento das especificidades da turma, conteúdos possíveis de serem suscitados pela atividade e sua relação com o nível de escolaridade da turma, tempo de duração da atividade, local da coleta de dados necessários para o desenvolvimento da atividade de Modelagem, os materiais necessários para isso, ou seja, todo o contexto em que a comunidade escolar se encontra e como pode influenciar e potencializar o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática na sala de aula.

No planejamento, portanto, se faz necessário prever a maneira como os alunos serão convidados a investigar a situação-problema, visto que para o desenvolvimento de atividades de modelagem espera-se que eles se interessem pelo tema, colocando-os “no centro da ação pedagógica” (CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 168). E, com isso, o professor deve lhes atribuir responsabilidade pelo processo de investigação característico desse tipo de atividade. O interesse pelo problema a ser investigado permite aos alunos que seu envolvimento na solução de problemas aumente e, com isso, “podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo” (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021, p. 27).

Solicitar aos alunos que coletem dados empíricos pode ser uma ação a ser implementada para inseri-los na atividade de modelagem. Para isso, se fazem necessários procedimentos e estratégias que podem ser delineados em conjunto de modo que os dados sejam suficientes para o que se pretende investigar.

Os dados coletados subsidiam a interpretação matemática que culmina em uma representação matemática, um modelo matemático que tem como finalidade “descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas [...] e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). Na dedução de um modelo matemático, conteúdos matemáticos podem ser introduzidos ou revistos pelos alunos sob orientação do professor e troca de ideias entre os integrantes do grupo.

O trabalho em grupo deve ser fortemente incentivado no desenvolvimento de atividades de modelagem de modo que todos os integrantes “compartilhem as decisões, ampliem as possibilidades de sucesso e sejam responsáveis pelo que está sendo produzido em conjunto” (BORSSOI; SILVA, 2017, p. 252).

Um aspecto relevante e que, em certa medida, configura o findar do desenvolvimento de uma atividade de modelagem é o compartilhamento da abordagem feita pelos diferentes grupos por meio da comunicação dos resultados entre os pares.

Orientados por essas ações é que planejamos e orientamos o desenvolvimento da atividade que aqui relatamos.

## 2.1 Do planejamento

A temática da atividade desenvolvida surgiu a partir de uma questão do ENEM, edição 2021, aplicação regular, enumerada no caderno azul como 145. A questão, apresentada na Figura 1, aborda dados obtidos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) sobre o tempo médio de leitura dos brasileiros em determinadas faixas etárias. Trata-se, portanto, de um problema de aplicação que, de acordo com Bliss e Libertini (2016), requer interpretação e a possibilidade de tomar diferentes caminhos para a solução, características levadas em consideração no planejamento, momento em que buscamos antecipar ações dos alunos de modo que uma abordagem de uma atividade de modelagem se fizesse presente.

**Questão 145** enem2021

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	$x$
Entre 24 e 60 anos	$y$
A partir de 60 anos	$x$

Disponível em: [www.oglobo.globo.com](http://www.oglobo.globo.com). Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de  $x$  e  $y$  do quadro são, respectivamente, iguais a

- A** 10 e 80.
- B** 10 e 90.
- C** 20 e 60.
- D** 20 e 80.
- E** 25 e 50.

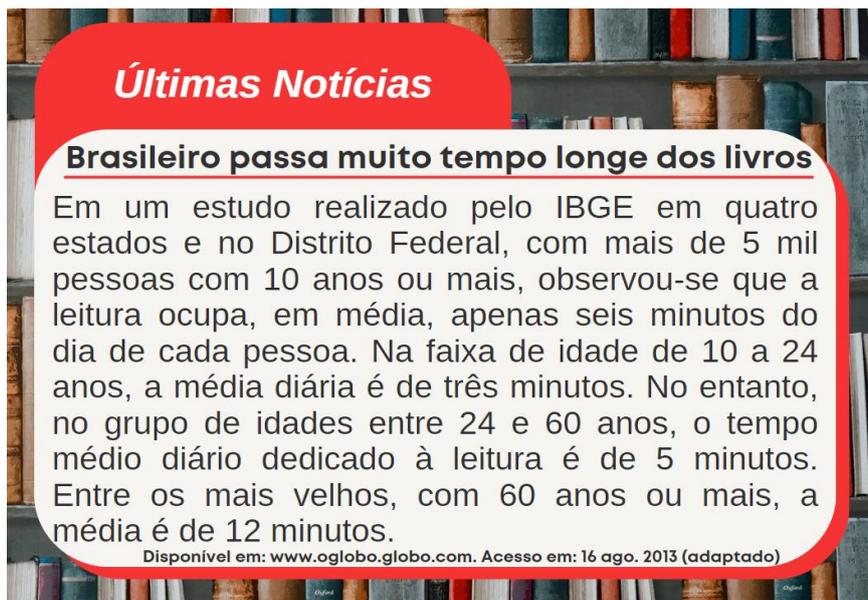
**Figura 1:** Questão 145 do caderno azul do ENEM

**Fonte:** ENEM, 2021.

A antecipação de algumas ações é um meio de estruturar “formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (STILLMAN, 2017, p. 170) que podem ser enfrentadas com os alunos em sala de aula, quando uma prática com modelagem é desenvolvida.

Uma sugestão de encaminhamento para essa questão, de modo a torná-la um problema de modelagem, foi apresentada por Tortola e Silva (2022) quando caracterizaram ambientes de aprendizagem, a partir de questões do ENEM, subsidiados na Educação Matemática Crítica. Levando em consideração a sugestão de encaminhamento apresentada pelos autores e conhecendo-se as especificidades quanto ao hábito de leitura da turma do 8º ano com 38 alunos de uma escola particular do Norte do Paraná em que o professor (primeiro autor deste artigo) leciona aulas de Matemática, entendeu-se como pertinente investigar o “tempo de leitura” como uma temática para a atividade de modelagem matemática. No entanto, algumas adaptações foram realizadas com a intenção de convidar os alunos à investigação.

Para contextualizar a temática, uma opção foi considerar a apresentação da situação, como consta no enunciado da questão do ENEM, como noticiário, uma vez que essa questão do ENEM foi realizada levando em consideração uma notícia adaptada publicada no jornal “O Globo” em agosto de 2013 (Figura 2). Essa forma de apresentação da temática teve como objetivo chamar a atenção dos alunos para que eles se inteirassem do tempo que os brasileiros destinam à leitura.



**Figura 2:** Recorte da questão do ENEM

**Fonte:** Arquivo do professor.

O modo como a temática foi planejada para ser abarcada em sala de aula não vislumbrou o percentual de entrevistados como consta na questão do ENEM. A temática foi considerada para abordar o tempo médio de leitura das pessoas de modo que os alunos fossem convidados a fazer um levantamento com os demais colegas da escola para conhecer o hábito de leitura. Neste sentido, no planejamento, vislumbrou-se que uma coleta de dados empíricos fosse empreendida pelos alunos, reunidos em grupos, dos quais cada grupo ficaria responsável por realizar a pesquisa com uma turma da escola - anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio - e, com isso, calculassem a média diária de leitura de cada turma.

Para o desenvolvimento da atividade, o professor comunicou a equipe pedagógica da escola e solicitou a colaboração dos demais professores, visto que seria necessária a utilização do tempo de aula de outras disciplinas para a coleta de dados a ser realizada pelos alunos.

A atividade foi planejada para ser desenvolvida em cinco aulas regulares, organizadas de acordo com as seguintes ações: discussão da temática, coleta de dados, organização e tratamento dos dados, apresentação dos resultados para os demais colegas, estruturação do conteúdo matemático pelo professor.

## 2.2 Do convite para a atividade

No primeiro momento, como é rotineiro os alunos pedirem autorização para ler livros após finalizar suas provas, o professor iniciou um diálogo com a turma sobre a leitura de livros de literatura ao término da realização das avaliações escolares, parabenizando alguns alunos que no prazo de menos de uma semana estavam realizando leitura de livros distintos, ou seja, haviam terminado a leitura de um livro e já iniciado um novo.

A maioria dos alunos ficou impressionada ao saber que os aptos à literatura “devoram”, como mencionado pelos alunos, os livros em tão curto período de tempo, levando em consideração que alguns alunos relataram que precisam de semanas ou até meses para finalizar a leitura de uma determinada obra.

Como os alunos mencionaram o fato de que algumas pessoas dedicam mais tempo à leitura do que outras, o professor projetou a Figura 2 na televisão da sala de aula e solicitou uma leitura individual sobre a notícia com a manchete “Brasileiro passa muito tempo longe dos livros”. Em seguida, o professor realizou a leitura da notícia juntamente com toda a turma, porém a maioria dos alunos se manifestou cética em relação ao noticiário apresentado, relatando que o tempo de leitura estava muito baixo, que para a faixa de idade deles era de 3 minutos.

Foi solicitado, então, que levantassem a mão os alunos que se enquadravam no tempo de leitura apresentado pela notícia, de acordo com a faixa etária deles. Dos 38 alunos, apenas 5 levantaram a mão e os demais justificaram que não leem conforme a duração apresentada na notícia, inclusive a maioria disse não ter um hábito de leitura. Além disso, 4 meninas relataram que leem todos os dias mais de 1 hora.

Quando questionados pelo professor, se o tempo de leitura dos alunos das demais turmas se equiparava ao tempo apresentado na notícia, os alunos relataram que só seria possível saber se realizassem uma pesquisa com os alunos das demais turmas. Assim, juntamente com o professor, os alunos planejaram a pesquisa, construindo um questionário, apresentado na Figura 3.

Quais dias da semana você lê?  
E quanto tempo, aproximadamente, lê em cada dia?

Domingo \_\_\_\_\_ minutos  
 Segunda \_\_\_\_\_ minutos  
 Terça \_\_\_\_\_ minutos  
 Quarta \_\_\_\_\_ minutos  
 Quinta \_\_\_\_\_ minutos  
 Sexta \_\_\_\_\_ minutos  
 Sábado \_\_\_\_\_ minutos

Série: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

Figura 3: Questionário elaborado em conjunto com os alunos  
Fonte: Dos autores (2022).

Com o consenso da abordagem com o questionário e a concordância em relação às questões que ele deveria contemplar, o professor digitou, imprimiu e disponibilizou o material para os alunos iniciarem a coleta de dados.

### 2.3 Da organização para a coleta de dados

Com o questionário estruturado, a turma foi organizada em 7 grupos, sendo 4 grupos com 5 alunos e 3 grupos com 6 alunos. A organização dos grupos foi prerrogativa do professor, de modo que pudessem interagir com colegas que não tinham o hábito de trabalhar em conjunto. A Tabela 1 apresenta o ano/série em que cada grupo realizou a coleta de dados.

Tabela 1: Organização dos alunos

Grupo	Alunos	Série da pesquisa
G1	A1 a A5	6º ano
G2	A6 a A10	7º ano
G3	A11 a A15	8º ano
G4	A16 a A20	9º ano
G5	A21 a A26	1ª série
G6	A27 a A32	2ª série
G7	A32 a A38	3ª série

Fonte: Dos autores (2022).

Ao término da primeira aula, para que os grupos pudessem se organizar, foram disponibilizados 15 minutos, tempo que possibilitou definir quais encaminhamentos cada grupo realizaria ao entrar na sala de aula para coletar os dados da pesquisa. Um dos integrantes de G5 fez a sugestão transcrita a seguir:

**A22:** O professor disse que precisamos ser rápidos para não atrapalhar a aula do outro professor! Vamos nos dividir! Enquanto alguns ficam lá na frente da sala

explicando a pesquisa, falando como eles vão preencher, os outros podem ir entregando o questionário e depois todos nós recolhemos.

Em geral, assim como apresentado pelo A22 do G5, todos os grupos decidiram que no máximo dois integrantes do grupo explicariam à sala sobre o que se referia a pesquisa, enquanto os demais ficariam responsáveis por entregar e recolher o questionário.

Durante a organização de como iriam coletar os dados, os alunos levantaram uma relação pertinente em relação ao gênero, conforme excerto transcrito a seguir:

**A5:** Professor, as mulheres leem mais do que os homens?

**Professor:** É uma ótima pergunta para buscarmos resposta na pesquisa que farão.

**A8:** Se todas as salas forem iguais a nossa, as meninas leem mais. Aqui na sala não tem nenhum menino que lê uma hora por dia.

**A12:** Então vamos ter que separar os meninos das meninas?

**Professor:** Podem separar sim!

**A5:** Mas professor, não tem no questionário lugar para marcar se é menino ou menina.

**A7:** Eles podem marcar de cores de canetas diferentes.

Diante deste questionamento em relação ao gênero, os alunos decidiram padronizar que os meninos preenchessem o questionário com caneta azul ou preta, enquanto as meninas preenchessem de caneta vermelha. Este foi um recurso para identificar a qual gênero pertencia o questionário após ser preenchido. A proposta foi acatada por todos os grupos e estes ficaram responsáveis para comunicar a todos os entrevistados.

Embora a reportagem sobre o tempo de leitura não estava separada por gênero, os alunos, reconhecendo na turma que as meninas leem mais do que os meninos, sentiram a necessidade de considerar essa classificação que não tinha sido estruturada no momento da produção do questionário. Porém, em conjunto, delimitaram um meio para implementar essa característica na coleta de dados. Esse envolvimento dos alunos com a coleta de dados reflete o interesse pelo problema a ser investigado, mantendo-o pós-coleta de dados, o que permite “aumentar suas competências de modelagem a longo prazo” (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021, p. 27).

Para iniciar a coleta de dados, foi necessário que os alunos visitassem as demais turmas, por conta disso o professor regente da turma solicitou à coordenação pedagógica que comunicasse aos demais professores sobre a pesquisa que seria realizada e pedisse permissão a eles, para os professores com aulas nesse dia, e que eles cedessem alguns minutos de suas aulas para que os alunos entrassem nas salas para coletar os dados.

Iniciando a coleta de dados, cada grupo se direcionou à sala, da qual estava responsável, conforme apresentado na Tabela 1, explanando a pesquisa que seria realizada e solicitando o preenchimento do questionário (Figura 4).



**Figura 4:** Alunos realizando a pesquisa  
**Fonte:** Dos autores (2022).

Com a pesquisa realizada, os grupos retornaram à sala para organizar e tratar os dados coletados.

#### 2.4 Da abordagem matemática pelos alunos

De posse dos questionários preenchidos pelos alunos do colégio, os alunos reunidos em seus grupos, em sala de aula iniciaram o tratamento dos dados (Figura 5). As orientações do professor nesse momento foram no sentido de esclarecer dúvidas quanto à abordagem matemática que poderiam realizar.



**Figura 5:** Alunos organizando os dados coletados  
**Fonte:** Dos autores (2022).

Em geral, os grupos tabularam (Figura 6) os dados separando as informações referentes às meninas e aos meninos da série/ano sob o qual ficaram responsáveis pela coleta de dados. O G5 optou por realizar a somatória, em minutos, de cada questionário preenchido obtendo a quantidade de minutos destinados à leitura por semana de cada aluno da 1ª série do Ensino Médio, enquanto o G4 optou por apresentar a somatória dos minutos referente a cada dia da semana dos alunos do 9º ano.

Diário entrevistado: 7º ano do ensino médio		Meninas: 23	Meninos: 74	Mão de: 9	9º ano.
		Meninas: 72	Meninos: 7	Mão de: 5	
		Total: 35	Total: 21	Total: 14	
Quanto tempo cada aluno lê por semana?					
Meninas - Total: 2		Meninas - Total: 10		Meninas - Total: 10	
1ª aluno: 150 min	7ª aluno: 30 min			segunda: 345 minutos	
2ª aluno: 300 min	8ª aluno: 420 min			terça: 700 minutos	
3ª aluno: 360 min	9ª aluno: 120 min			quarta: 185 minutos	
4ª aluno: 90 min	10ª aluno: 290 min			quinta: 345 minutos	
5ª aluno: 270 min	11ª aluno: 960 min			sexta: 795 minutos	
6ª aluno: 360 min	12ª aluno: 120 min			sábado: 762 minutos	
7ª aluno: 30 min	13ª aluno: 600 min			domingo: 720 minutos	
	14ª aluno: 600 min				
	15ª aluno: 7620 min				
	16ª aluno: 960 min				

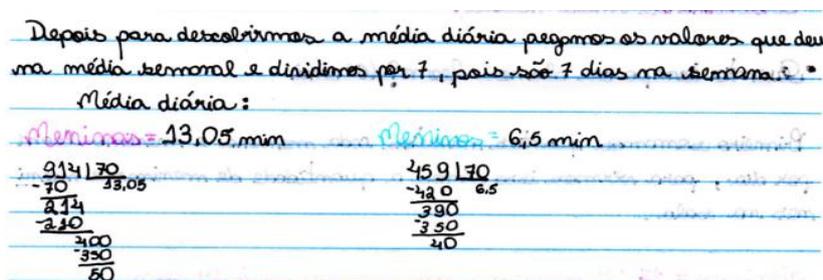
Figura 6 – Tabulação de dados G5 e G4  
Fonte: Dos autores (2022).

Com os dados tabulados, os grupos realizaram a média de leitura entre as meninas e, em seguida, a média de leitura entre os meninos. Para isto, assim como apresentado por G1, realizaram a somatória dos minutos de leitura dos meninos e dividiram pela quantidade de meninos (Figura 7), realizando o mesmo processo para o cálculo da média das meninas.

Meninas:	Meninos:
150	280
15	15
150	5
15	80
155	15
240	36
+ 87	60
180	60
30	60
20	120
30	36
90	532 = 9 R 11 m
50	
23	Então fizemos o mesmo
5	que fizemos com os meninos, mas
480	dividimos pela quantidade de meninas (17), e resultou em: 28,2
1555 = 25 R 55 m	

**Figura 7** – Média de leitura calculada por G1  
**Fonte:** Dos autores (2022).

Ao realizar esse processo, os alunos constataram que a média estava alta se comparada com o noticiário apresentado inicialmente (3 minutos diários para a faixa etária de 10 a 24 anos). Então, com o valor obtido pelos cálculos e com a interpretação do que haviam realizado em todo o processo, evidenciaram que a média não se referia ao tempo médio de leitura diário, mas sim ao tempo médio de leitura semanal. Para solucionar a problemática, os alunos dividiram os valores obtidos por 7 (Figura 8), considerando a quantidade de dias em uma semana, obtendo 13,05 minutos para as meninas e 6,5 minutos para os meninos.



**Figura 8:** Média diária de leitura por G1  
**Fonte:** Dos autores (2022).

Os resultados permitiram aos alunos analisar e discutir “sobre a representatividade dos dados da pesquisa e analisar se essas informações fazem parte da realidade que os circunda” (TORTOLA; SILVA, 2022, p. 608-609), permitindo inclusive alterar as conclusões inicialmente apresentadas sobre a quantidade de tempo de leitura dos alunos do colégio. A princípio, em contato com a reportagem, os alunos se mostraram incrédulos com o tempo destinado à leitura diária, porém, evidenciaram que, de fato, o tempo destinado à leitura é relativamente baixo entre os estudantes do colégio e a maioria não tem o hábito de leitura. Em contrapartida, os adeptos à leitura, por dedicarem horas por dia, faz com que a média diária da turma seja elevada, indo além da apresentada na reportagem.

Além das resoluções apresentando o cálculo da média aritmética, o G7 evidenciou, em suas resoluções, a moda do tempo de leitura (Figura 9). O grupo também calculou a média diária do tempo de leitura, porém, ao tabular os dados destacaram o tempo de leitura mais recorrente na tabulação.

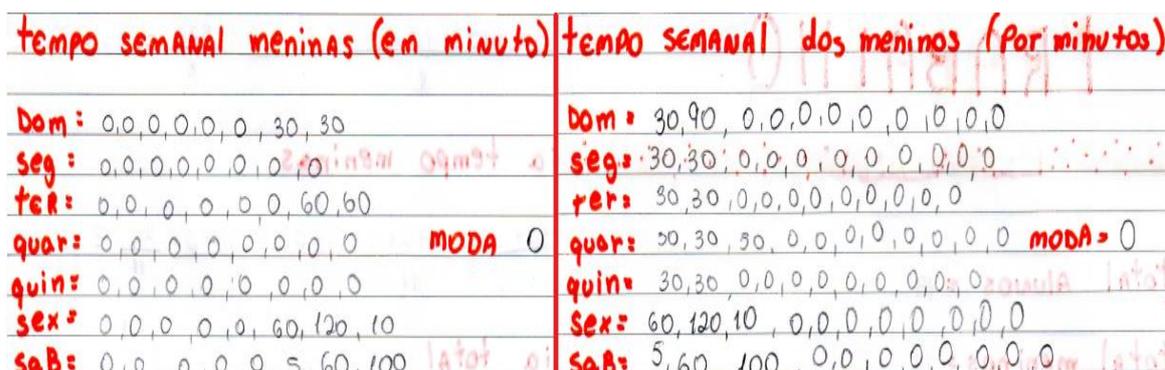


Figura 9: Moda de leitura por G7  
Fonte: Dos autores (2022).

Embora os diferentes grupos organizaram as informações considerando diferentes formatos, todos determinaram a média de leitura diária por gênero.

### 2.5 Da comunicação dos resultados

Para a finalização da atividade, os alunos foram convidados a compartilhar seus resultados encontrados com a turma por meio de uma apresentação das resoluções. A comunicação dos resultados e/ou explicações para outros, segundo Almeida e Ferruzzi (2009) é parte do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e denota uma etapa em que precisam argumentar sobre os procedimentos utilizados. Assim, cada grupo apresentou o que, e como, obtiveram como solução para a situação-problema.

Os grupos explanaram os encaminhamentos da pesquisa detalhando qual integrante realizou a interlocução com a sala pesquisada, a quantidade de alunos que leem ou não, como organizaram e registraram os dados, e como obtiveram a média de leitura.

Durante a apresentação de cada grupo, o professor construiu na lousa a Tabela 2, registrando o tempo médio de leitura calculado por cada grupo. Para o registro na tabela, foi realizada uma aproximação para o valor inteiro dos minutos de leitura.

Tabela 2: Tempo médio, em minutos, de leitura dos alunos

Grupo	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
Série	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	1º ano	2º ano	3º ano
Média diária dos meninos	13	20	7	10	27	33	7
Média diária das meninas	7	33	35	8	82	16	9
Média diária da turma	10	27	21	9	55	26	8

Fonte: Dos autores (2022).

É relevante observar que os alunos já tinham algum conhecimento sobre o conteúdo, pois já haviam estudado médias no ano anterior. Entretanto, a partir dessa experiência, eles tiveram a oportunidade de retomar esse conteúdo e entender como se dá

o cálculo da média aritmética, no contexto de uma situação de pesquisa estatística, compreendendo o que indica tal medida de tendência central no conjunto de dados que eles coletaram. Essa compreensão, inclusive, é indicada pela BNCC como uma habilidade em relação ao ensino de estatística para 7º e 8º anos, correspondendo o último ao ano escolar em que os alunos se encontravam, como mostra a Tabela 3.

**Tabela 3: Habilidades no ensino de estatística**

Ano	Habilidades
7º ano	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador de tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
8º ano	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Fonte: Brasil (2018).

O professor aproveitou a atividade de modelagem matemática para explorar as ideias que são apresentadas no material didático da turma, material apostilado, conforme Figura 10.

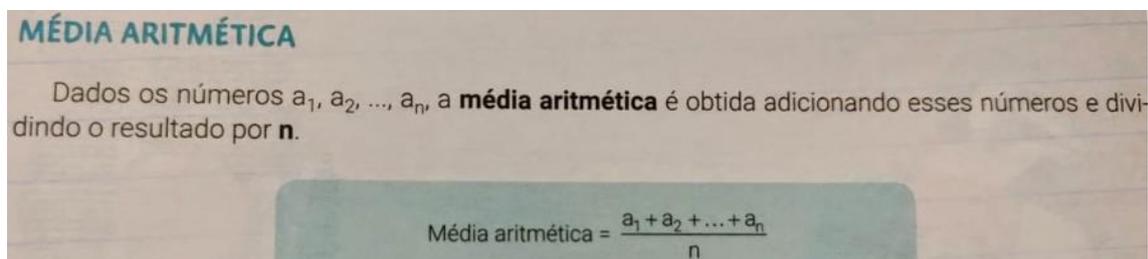


Figura 10: Apresentação do conteúdo pelo material apostilado

Fonte: Material didático - Sistema Positivo.

O material apresenta uma estrutura que indica como o cálculo da média aritmética pode ser feito. Essa forma de calcular fica evidente nos registros dos alunos quando eles somam os tempos coletados, por gênero, e dividem essa soma pela quantidade de alunos que forneceram esses dados (Figura 7). Ancorado na apresentação do material didático, o professor discutiu com os alunos a estrutura do modelo matemático da situação, comparando o que fizeram com a estrutura apresentada pelo material, lembrando a necessidade de dividir a média obtida por sete, uma vez que os dados diários de cada aluno foram inicialmente somados. Esse modelo matemático, da média diária de tempo de leitura dos alunos da escola, pode ser escrito como:

$$M = \frac{T_1 + \dots + T_n}{n} : 7$$

Sendo:

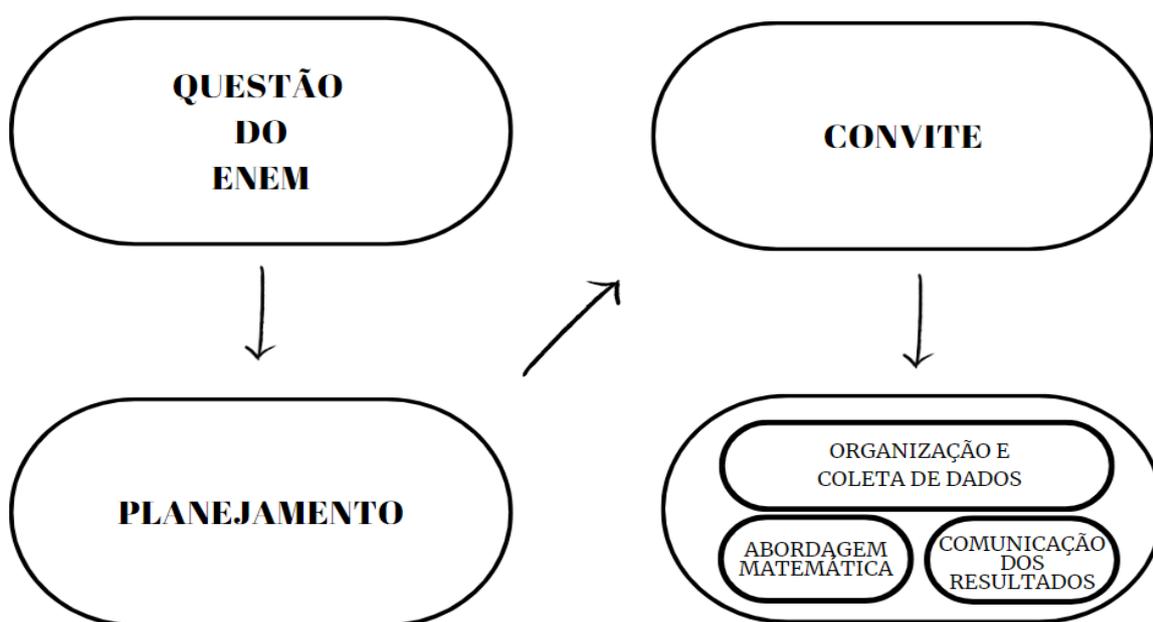
$M$ : Média diária de leitura;

$T_n$ : Tempo de leitura semanal do Aluno  $n$ ;

$n$ : Número de alunos pesquisados.

Da mesma forma que no material didático, observamos no modelo a soma de  $n$  números  $T$ , que no modelo representam os tempos de leitura semanal dos  $n$  alunos pesquisados. Ao término da comunicação dos resultados, o professor enfatizou como a maioria dos grupos, calculando a média aritmética, solucionou a questão de pesquisa.

Na Figura 11 apresentamos uma estrutura a fim de sistematizar o caminhar da questão do ENEM para a atividade de modelagem. Esse caminhar teve início com a seleção de uma questão contextualizada, ou de aplicação, como classificariam Bliss e Libertini (2016), e que inspirou o desenvolvimento da atividade em sala de aula. Para que o desenvolvimento fosse possível em sala de aula, planejamos algumas ações, que levaram o contexto da situação para a realidade da escola, em seguida os alunos foram convidados a participar, apresentando a eles a problemática para investigação. Diante do aceite ao convite, organizados em grupo, os alunos realizaram uma coleta de dados, com questionamentos sobre o tempo de leitura aos alunos das demais turmas da escola, a partir dos quais eles puderam abordar matematicamente a situação, analisando a média diária do tempo de leitura dos alunos da escola, por fim, eles comunicaram os resultados obtidos para os colegas da sala de aula, a qual se estendeu a toda a escola.



**Figura 11:** Da questão do ENEM à atividade de modelagem  
**Fonte:** Dos autores (2022).

O esquema da Figura 11 possibilita identificar as ações que foram necessárias para que a atividade de modelagem matemática descrita, inspirada em uma questão do ENEM, fosse desenvolvida. Essas ações podem ser replicadas em outras situações, conforme a realidade de cada contexto. Vale ressaltar, porém, que não há necessidade de que a organização e a realização dessas ações aconteçam dessa forma e nessa ordem, porém, elas fornecem um bom indicativo de como um professor pode proceder para desenvolver atividades de modelagem inspirados em questões como as do ENEM, que frequentemente são incluídas na abordagem matemática que é feita em sala de aula.

### 3 Considerações finais

Com a intenção de enfrentar os desafios na formulação de problemas tal como se espera em uma atividade de modelagem, uma questão presente na edição 2021 (aplicação regular) foi transformada em um problema de modelagem. Além do problema ser apresentado de modo que os alunos realizassem uma interpretação com a leitura de um noticiário (como apresentado no enunciado da questão), tiveram “escolhas no processo de solução” (BLISS; LIBERTINI, 2016, p. 12).

Porém, um problema de modelagem precisa ser planejado considerando o interesse da turma, o convite, a dinâmica do ambiente escolar para a coleta de dados, visto que, de forma geral, coloca os alunos em ação e esse movimento pode causar ruídos diferenciados, bem como a antecipação de “conteúdos possíveis de serem suscitados pela atividade e sua relação com o nível de escolaridade da turma” (SCHRENK; VERTUAN, 2022, p. 219).

Defronte do planejamento elaborado, a atividade de modelagem matemática foi desenvolvida pelos grupos de alunos que se organizaram para realizar a pesquisa, planejando a forma como a coleta de dados seria feita – “[...] Enquanto alguns ficam lá na frente da sala explicando a pesquisa, falando como eles vão preencher, os outros podem ir entregando o questionário e depois todos nós recolhemos” (sugestão de A22). A abordagem matemática levou em consideração conhecimentos já abordados na disciplina, como média e moda.

Os dados coletados e analisados evidenciam o quanto o incentivo à leitura, proporcionado pela escola a seus alunos, suscita estudantes simpatizantes à uma vida

literária, que se dedicam à leitura. Por outro lado, a atividade desenvolvida conduz à uma reflexão e desejo de mudança àqueles que não possuem este hábito.

Com a experiência, evidenciamos que um problema de modelagem pode emergir de uma questão presente em uma avaliação externa, provocando o envolvimento dos alunos com o tema e discussões que podem direcioná-los a lançar um olhar crítico sobre a temática, corroborando com Stillman (2015), ao afirmar que quando bem-sucedidos, o ensino e a aprendizagem, por meio da modelagem matemática, podem promover o desenvolvimento de uma visão diferente de mundo.

## Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BLISS, K.; LIBERTINI, J. What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, S.; MONTGOMERY, M. **GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education**. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia, 2016.
- BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P. Mídias Educacionais em um Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem: ampliando possibilidades para o trabalho colaborativo. **Contexto & Educação**, [s/l], ano 32, n. 103, p. 248-274, set-dez, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- CAMPOS, I. da S.; ARAÚJO, J. de L. Envolvimento dos alunos em atividades de modelagem matemática: Relação com o saber e *possibilidades de ação*. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p.167-182, 2015.
- ELFRINGHOFF, M. S.; SCHUKAJLOW, S. O que torna um problema de modelação interessante? Fontes de interesse situacional em problemas de modelação. **Quadrante**, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.
- MATOS, D. V.; LARA, I. C. M. Introduzindo o estudo de Matrizes a partir da Modelação Matemática. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2015, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: PUC/RS, 2015.
- NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.
- PASSOS, M. M.; OLIVEIRA, B. K.; SALVI, R. F. As Questões de “Matemática e suas Tecnologias” do “Novo ENEM”: um olhar com base na Análise de Conteúdo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 313-335, 2011.

PINTO, T. F.; ARAÚJO, J. L. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p.1-25, 2021.

RIBEIRO, L. M. L.; SACRAMENTO, P. A. S.; BELMIRO, J. A. As avaliações externas e suas repercussões na rotina da equipe pedagógica. **Revista Communitas**, Rio Branco, v. 1, n. 1, p.283-300, jan./jun. 2017.

SCHRENK, M. J.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática como Prática Pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 194-224, 2022.

STILLMAN, G. Enabling Anticipation Through Visualisation in Mathematising Real-World Problems in a Flipped Classroom. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.), **Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education**. New York: Springer, 2017, p. 163-173.

STILLMAN, G. Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In: HOE, L. N.; DAWN, N. K. E. (Edts.). **Mathematical Modelling: from theory to practice**. Singapore: World Scientific Publishing, 2015. p. 41-56.

TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P. De questões do Enem a aulas com modelagem matemática: o caminhar para uma educação matemática crítica. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 103, n. 265, p. 589-614, set./dez. 2022.

**Recebido em:** 28 de abril de 2023

**Aceito em:** 05 de julho de 2023