

---

Vilson Schwantes<sup>1</sup>  
Eloísa Bernardete F. Schwantes<sup>2</sup>

---

---

**UMA REFLEXÃO SOBRE O DESENVOLVIMENTO  
DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DISCENTE NO  
ENSINO FUNDAMENTAL**

---

**RESUMO:** O foco central desta pesquisa é o desenvolvimento do pensamento algébrico discente mediado pela significação da linguagem. O resultado que ora apresentamos é fruto de reuniões, discussões, reflexões, leituras e sessões de estudo realizadas durante dois meses, com a participação de alunos do ensino fundamental. No estudo, procuramos entender o que caracteriza e sustenta este pensamento e como o mesmo pode ser desenvolvido no ensino fundamental, acreditando que os sentidos produzidos no processo de internalização permitem constituir nos sujeitos o pensamento.

**PALAVRAS-CHAVE:** pensamento algébrico; linguagem; produção de significado.

**SUMMARY:** The main focus of this research is the development of the pupil's algebraic thought as mediated by signification of language. What we present now is the result of meetings, discussions, reflections, readings and study sessions, which were developed with students of the of an elementary school. In the study we try to understand what characterizes and supports that thought and how it can be developed in elementary school. We believe that the meanings produced in the process of internalization allow the constitution of thought in the individuals.

**KEYWORDS:** algebraic thought; language; production of meaning.

---

Data de recebimento: 17/03/04. Data de aceite para publicação: 25/08/04.

<sup>1</sup> Mestre em Educação nas Ciências – Matemática. Professor Assistente do Centro de Ciências Agrárias da Unioeste, Campus de Marechal Cândido Rondon. Endereço eletrônico: vilson.schwantes@bol.com.br.

<sup>2</sup> Especialista no Ensino de Ciências. Professora da Rede Estadual de Ensino no Município de Mercedes, região Oeste do Paraná.

## 1. INTRODUÇÃO

A idéia básica da pesquisa consistiu em compreender o desenvolvimento e a constituição do pensamento algébrico no ensino fundamental. Buscou-se evidenciar de que maneiras as crianças que estudam álgebra podem se apropriar desse pensamento. A pesquisa foi realizada com treze alunos da 7ª série do Colégio Estadual Leonilda Papen, do município de Mercedes/PR, nos meses de fevereiro e março de 2002. A pesquisa empírica teve a participação da Professora Eloísa Bernardete Finkler Schwantes e serviu de subsídio para a Dissertação de Mestrado em Educação nas Ciências, apresentada na UNIJUI/RS em 2003, pelo professor Vilson Schwantes.

Partimos da observação de situações-problema e, pela via da comunicação das idéias matemáticas presentes nessa observação, analisamos padrões e seqüências com algum tipo de regularidade. O desenvolvimento do pensamento algébrico discente foi sendo elaborado e amadureceu a partir de conversações sobre as situações-problema (textos matemáticos) propostas aos alunos.

As situações-problema inserem-se na ótica dos escritos de Lins (1994), com o modelo teórico dos campos semânticos, que considera a álgebra, tanto quanto a matemática, como textos e, por isso, devem ser lidos e compreendidos como uma espécie de diálogo, uma interação entre leitor e autor, um tipo de comunicação realizada através de um sistema de signos, caracterizando-se, ainda, como o centro da vivência entre professor e aluno, apresentando-se como meio para a discussão, para a reflexão ou criação de novas práticas. Para uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico, o autor propõe este modelo, através do qual postula “[...] *que conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crença-afirmação*” (Lins, 1994, p. 29). A álgebra é um texto que passa a ser conhecimento algébrico à medida que se fale sobre esse texto, no sentido de essa crença-afirmação ser reconhecida como integrante desse texto. O pensamento algébrico é elaborado pelo aluno a partir do momento em que este domina o texto algébrico, utilizando-o para resolver situações-problema.

Segundo este modelo, o conhecimento a respeito de algo difere tanto entre professor e aluno quanto de aluno para aluno, porém todos são legítimos. A diferenciação entre esses conhecimentos não implica caráter de superioridade de um em relação ao outro. No ato dialógico,

para cada crença-afirmação enunciada, poderão existir várias justificações que podem constituir diferentes conhecimentos legítimos.

Os alunos iniciaram o estudo do texto reflexivamente, produziram diferentes significados pela interlocução, elaboraram conjecturas<sup>3</sup> pela significação da linguagem<sup>4</sup>, as quais eram descritas, explicitadas e, sempre que validadas, podiam gerar um modelo matemático. Esse modelo, expresso na linguagem simbólico-formal, representa concisa e genericamente o pensamento matemático explícito ou oculto, da situação-problema.

A produção de significados sobre a linguagem está fundamentada na abordagem histórico-cultural para a educação de Vygotsky (2001), que postula ser a interação pela interlocução que garante, pelo viés da linguagem significada, a (re)construção do conhecimento. Portanto, uma constituição dos saberes do plano social para o plano individual. De acordo com o autor, a linguagem age decisivamente na estruturação do pensamento e se constitui em ferramenta básica para uma efetiva construção do conhecimento sistematizado, onde as significações são produzidas sobre situações concretas de interlocução.

Através deste estudo procuramos mostrar que a constituição deste pensamento é possível a partir da linguagem, portanto, não é um pensamento nato e precisa ser desenvolvido. Assim, os sujeitos produzem idéias relativas aos fatos observados sobre situações-problema e a compreensão sobre esses fatos se dá pela maturação e pela penetração da linguagem nesses contextos. Isto dialeticamente possibilita a generalização, segundo Vygotsky (2001), constituída a partir da e pela linguagem.

Embora Vygotsky não tenha realizado, em seus estudos, experimentos específicos sobre a formação dos conceitos matemáticos e algébricos, ele sugeriu que tais experimentos fossem realizados. O autor propõe um discurso transmitido pela linguagem presente no texto, mediada semanticamente por signos inventados pelo ser humano, adotados universalmente, para sintetizar e comunicar idéias das matemáticas e de outras áreas do conhecimento.

---

<sup>3</sup> Neste trabalho de pesquisa, *conjectura* é entendido como algo que antecede a busca de uma demonstração, uma regra, um padrão reconhecido, um modelo matemático, ou, ainda, uma propriedade que, para ser generalizada, depende de validação. Portanto, trata-se de uma idéia ou hipótese que, momentaneamente, possui fundamentação incerta.

<sup>4</sup> Entendida ao longo deste trabalho como sendo tudo o que os seres humanos utilizam para representar suas ações de pensamento. Sua manifestação pode ocorrer através de imagens, sons, palavras, sensações, sentimentos, expressões corporais, musicais etc.

O desenvolvimento do pensamento algébrico, nessa perspectiva, contribui para a consolidação da aprendizagem algébrica, no sentido de os sujeitos, através dele, terem maiores possibilidades de (re)interpretar, com relativa autonomia, a realidade onde vivem e convivem. Essa também é a perspectiva de Demo (1996), ao enfatizar que “a maneira humana de internalizar conhecimento não é repetir para decorar, mas aprender a aprender, saber pensar” (p. 69).

A constituição do pensamento algébrico pode auxiliar os sujeitos na compreensão de acontecimentos que extrapolam o âmbito da matemática formal, à medida que permite a percepção da matemática subjacente a tudo, permeando a (re)interpretação reflexiva da realidade circundante. Buscamos, portanto, neste estudo, pela interlocução, compartilhar a produção de significados de todos para com todos, numa dimensão de (re)construção coletiva dos conceitos matemáticos envolvidos em cada contexto.

As situações-problema desenvolvidas permitiram aos alunos a representação deste pensamento através da linguagem cotidiana ou simbólica, conforme a característica e a natureza da situação-problema, de modo tal que o pensamento algébrico elaborado tivesse sentido para o educando.

A pesquisa que fizemos com os alunos mostrou que estes, *a priori*, responderam as questões propostas, pela possibilidade de continuarem as representações [desenhos das figuras] na seqüência apresentada. A outra possibilidade verificada foi a utilização da contagem e numeração das figuras na seqüência, até chegarem na posição solicitada. À medida que o contexto ficava carregado de significações, possibilitadas pelo uso da linguagem cotidiana, os alunos foram interrogados sobre a possibilidade de dizerem, sem desenhar, que elemento ocupava a 101ª posição, a 1000ª posição, enfim, que elemento ocupava uma posição qualquer dessa seqüência.

Nas atividades desenvolvidas, pelos procedimentos enunciados pelos alunos na elucidação das questões propostas, foi a linguagem significada que contribuiu para o surgimento de um pensamento de caráter generalizante, sem, no entanto, haver necessidade de se fazer o uso de qualquer simbologia matemática para expressá-lo.

As situações-problema trabalhadas permitiram o desenvolvimento de um pensamento generalizante, sem o uso formal de letras e podem ser introduzidas nos primeiros anos da vida escolar dos alunos. Evitar-se-ia, assim, segundo Lins e Gimenez (1997), a ruptura existente entre a aritmética e a álgebra no ensino fundamental.

Segundo os autores, a produção de significados sobre a linguagem, na perspectiva do trabalho que desenvolvemos nesta pesquisa, sugere que: “[...] *é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*” (Lins; Gimenez, 1997, p. 10, grifos no original).

O caminho para se elaborar e expressar determinada regularidade na linguagem algébrica, observada em distintas situações da nossa vida, pode dar-se por meio de uma conversa dialógica com o texto. Isto a pesquisa realizada com os alunos deixou claro em todos os momentos. Assim, estamos de acordo com Vygotsky (2001), quando este afirma que a elaboração de um pensamento de caráter mais geral perpassa e se constitui pela linguagem.

A investigação apontou seguidamente para a importância de se interpretar o texto escrito. Neste sentido, foi relevante provocar os alunos a falarem o máximo possível sobre seu contexto, produzir significados via linguagem, para que, pela troca de idéias na via da experimentação, amadurecesse um pensamento que retratasse a situação de forma geral.

## 2. JUSTIFICATIVA

Sabe-se que a criança toma contato com a álgebra desde muito cedo na sua vida escolar. Vemos nas séries iniciais do ensino fundamental procedimentos algébricos em atividades nas quais se busca o valor do quadrado, do triângulo, do coração ou da estrela, tais como em:  $2 \triangle = 6$  ou  $\square + 2 = 8$ . Além de ser reservado um tempo maior para o ensino deste conteúdo nas quatro últimas séries do ensino fundamental.

De acordo com Morin (2001), o ensino matemático que compreende o cálculo deve extrapolar o limite do cálculo, ao contextualizá-lo, aplicá-lo em diferentes ramos da atividade humana. Deve, também, na sua trajetória para a aprendizagem, valorizar a dialética entre o pensamento matemático propriamente dito e o desenvolvimento dos conhecimentos científicos de forma geral e ampla (cf. Morin, 2001, p.23).

Queremos clarificar nossas convicções, não tendo a pretensão de transformar a álgebra escolar em utilitarista. Nossa preocupação centrou-se na busca de subsídios para refletir acerca da linguagem e

como o domínio desta pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico discente.

Sob a perspectiva do professor de matemática, é importante superar a idéia de que o aprendizado de matemática se dá por uma via de “mão única”, em que o conhecimento matemático é transmitido do professor para o aluno, ou como disciplina situada à parte do mundo, onde a matemática ensinada na sala de aula não leva em consideração o conhecimento que os alunos trazem de fora da escola. É fundamental incorporar a idéia de que a matemática pode ser compartilhada entre alunos e professores, de forma interdisciplinar, complementando e sistematizando os conhecimentos que os alunos trazem consigo, em sua trajetória de vida anterior à fase escolar.

Quanto ao aluno, é preciso ficar claro o perfil de aluno que se almeja. Espera-se que este seja capaz de analisar problemas, considerando como essencial o entendimento da sua estrutura, de utilizar procedimentos algébricos apropriados na sua resolução e de desenvolver habilidades para determinar tais procedimentos. É fundamental que o aluno seja capaz de fazer argumentações matemáticas sobre problemas e conhecer as razões para resolvê-los matematicamente.

Ao introduzir a álgebra e, na seqüência, as operações algébricas no ensino fundamental, o professor de matemática deve ser cauteloso para não adotar, conforme Lins e Gimenez (1997), tendências “letristas”, considerando que grande parte dos livros didáticos considera a atividade algébrica como sendo operações que realizamos com números e letras (cf. Lins; Gimenez, 1997, p. 105).

Pela nossa experiência no ensino de matemática, acreditamos, juntamente com Lins e Gimenez (1997), que considerável número de docentes do ensino fundamental tem presente e interiorizado em sua prática pedagógica que atividade algébrica é “cálculo literal”. Concordamos também com esses autores, quando enfatizam a necessidade de uma tomada de consciência por parte do professorado, no sentido de que refletamos acerca da prática pedagógica adotada para a introdução ao ensino da álgebra (cf. Lins; Gimenez, 1997, p. 106).

### **3. MATERIAL E MÉTODOS**

Na pesquisa investigamos se, através do domínio da linguagem e da elaboração de significados para a mesma, seria possível a formação

do pensamento algébrico no ensino fundamental - 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries. Como investigadores, posicionamo-nos frente ao tema numa postura de mediação<sup>5</sup> e questionamento. Com olhar de pesquisadores, mediamos o processo investigativo pela via do enfoque dialógico, buscamos encontrar respostas dos alunos para o problema proposto. Desta forma estabelecemos uma interlocução com os sujeitos que participaram deste processo educativo, refletindo sobre as possibilidades de desenvolvimento e constituição do pensamento para a apropriação do conhecimento algébrico formal pelo educando.

Desenvolvemos a busca de subsídios para a pesquisa através de dois momentos distintos:

1. Estudos teóricos sobre o tema do pensamento algébrico;
2. Estudo de caso com um grupo de treze alunos, onde propomos uma série de atividades orientadas que visavam averiguar se a produção de significados sobre a linguagem contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Apresentamos a seguir duas situações-problema, trabalhadas com os alunos na pesquisa empírica, que possibilitaram compreender, na perspectiva mencionada, o desenvolvimento do pensamento algébrico pelo viés da linguagem. Na primeira, os alunos foram convidados a observar uma seqüência repetida de figuras geométricas, sabendo que seriam posteriormente questionados sobre ela. Apresentamos uma seqüência com quadrados e retângulos (pode-se fazer com outras figuras ou símbolos e, ainda, com a repetição de três ou quatro elementos da seqüência). Segue a seqüência das figuras apresentadas aos alunos:



Os alunos, após a observação, foram questionados a falar sobre o que viam na figura e, posteriormente, quem ocupava a 9<sup>a</sup>, a 12<sup>a</sup>, a 15<sup>a</sup>, ... posição dessa seqüência repetida. Foram questionados também a refletir, num segundo momento, sobre o comportamento dessa seqüência, expressando-o nas linguagens cotidiana [oral] e escrita na forma de texto, sem o uso de expressões algébricas.

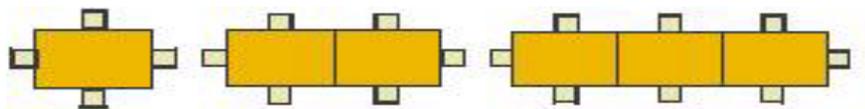
Ao término de uma das sessões de estudo, por brincadeira, contamos uma história aos alunos e em seguida propusemos um

<sup>5</sup> Aqui entendida como um processo que conduz os sujeitos ao pensamento, utilizando-se de instrumentos e signos para a formação [internalização] dos significados.

desafio. Segue a história e o desafio: Normalmente em festas de caráter familiar - casamentos, aniversários, batizados, etc., estão presentes parentes próximos e distantes. Alguns, em função dos atropelos da vida, já não se vêem e não se falam há muito tempo, por isso é comum observarmos, na hora do almoço ou jantar, nessas ocasiões, a junção de mesas para que o ambiente possa facilitar a conversação entre as famílias ou amigos próximos.

No entanto, essa situação pode gerar um desconforto para os organizadores da festa. Queremos dizer, poderão faltar mesas, caso muitas delas forem encostadas [conforme figura que segue] para a conversação familiar citada. E agora? A álgebra, o pensamento algébrico pode dar alguma contribuição para tranquilizar os organizadores da festa? Ou você acha que essa situação, tão comum nessas festividades, não tem nada a ver com a matemática?

Observe atentamente, da esquerda para a direita, a quantidade de mesas representadas em cada situação, bem como o número de lugares que cada uma das mesas acomoda.



Imenes e Lellis, 7ª série (1997, p. 144).

Perguntamos aos alunos: Vocês acreditam que se pode construir um modelo matemático que forneça o número de lugares, cadeiras, para determinado número de mesas agrupadas, enfileiradas seqüencialmente? Para nossa surpresa, uma das alunas, em menos de dois minutos, construiu um modelo capaz de informar o número de  $\ell$  lugares, caso enfileirássemos  $m$  mesas dessa seqüência.

#### 4. RESULTADOS

Os trabalhos realizados com situações-problema contextualizadas, nas quais havia seqüências repetidas com algum tipo de regularidade, contribuíram para o surgimento de um pensar generalizante, expresso através da linguagem cotidiana ou simbólica. Na pesquisa ele foi elaborado a partir do uso natural da linguagem cotidiana e da produção de significados sobre cada contexto. Em relação à primeira situação-problema descrita, dentre as diversas formas de

os alunos expressarem, destacamos que houve a observância de que se tratava de duas figuras geométricas que se repetiam ordenadamente, uma sempre em posição par e outra em posição ímpar.

Na situação das mesas e cadeiras, uma aluna do grupo de pesquisa, ao generalizar a situação-problema, chegou à expressão,  $\ell = 2m + 2$  através de um raciocínio, pelo qual produziu significados para cada termo da expressão. Ela observou que, para qualquer número de mesas, sempre teremos 2 lugares nos lados extremos. Esse valor 2 ( $2m$ ) considerou como coeficiente. Observou também que, para cada mesa acrescida na seqüência, aumentavam 2 (+2) lugares, que considerou como constante a ser somada, para determinar o número total de  $\ell$  lugares da seqüência.

Para o caso específico desta situação-problema, a livre conversação, os depoimentos sobre o que cada aluno percebeu ao observar o número de  $\ell$  lugares, representados na 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> posições da seqüência, relacionados com o número de  $m$  mesas, foram tão importantes quanto os questionamentos e suas justificações. Todos esses procedimentos geraram e amadureceram um pensar generalizante que, antes de ser expresso na linguagem simbólica, perpassou pelo entendimento lingüístico e por um raciocínio indutivo. Após explicitarem seus procedimentos de várias formas, os alunos foram questionados e conduzidos dialogicamente a elaborar uma expressão algébrica que expressasse quantos lugares [cadeiras] teremos nessa seqüência quando forem juntadas  $m$  mesas. Desenhar algumas posições subseqüentes as já representadas na seqüência original também se pode constituir numa forma auxiliar interessante de representação na busca da generalização.

Em todas as situações-problema da pesquisa, buscamos expressar acontecimentos e situações-problema através de modelos matemáticos. Os alunos, após a observação, foram sempre questionados a falar sobre o que viam em cada figura e, posteriormente, o que acontecia na seqüência em cada uma das posições. Através de um processo argumentativo reflexivo, chegava-se à verbalização do comportamento da seqüência e, por conseguinte, a uma expressão simbólica que retratava o contexto da situação-problema para diferentes situações.

## 5. CONTRIBUIÇÃO ESPERADA

A pesquisa confirmou a importância de se partir do uso natural da linguagem cotidiana para aprender matemática, que é fundamental na comunicação matemática a utilização de signos<sup>6</sup>, a elaboração de conjecturas que retratem uma determinada situação-problema e a significação da linguagem algébrica. Desenvolver o pensamento algébrico por meio da produção de significados sobre cada situação-problema, pelo viés da linguagem foi dar aos alunos a possibilidade de organizar e explorar individualmente e coletivamente suas capacidades e potencialidades para expressar seus pensamentos. Segundo Lins (1994), quando o ser humano domina a fala e compreende a linguagem, torna-se capaz de construir conhecimento.

A linguagem matemática se desenvolveu por intermédio do diálogo que se estabeleceu com o texto matemático, significando-se os conceitos nele imbricados e pelas relações que foram sendo introduzidas na ação pedagógica. A pesquisa realizada mostrou sinais de desenvolvimento do pensamento algébrico à medida que os alunos compreenderam o texto. Pela importância dada à função constitutiva da linguagem no desenvolvimento do intelecto, chegou-se à escrita simbólica representativa do contexto de cada situação-problema proposta.

A todo instante, durante o processo de elaboração do pensamento algébrico, os alunos foram instigados a explicitar seus argumentos e seus procedimentos. Acreditamos que isto contribuiu para ativar o pensamento, (re)construindo-o ao longo do diálogo. À medida que a linguagem cotidiana ficou carregada de significados, esse pensamento começou a ficar encorpado, tomar forma e, por conseguinte, sua expressão tornou-se possível.

Compreendemos que o pensamento algébrico é um pensamento que pode ser elaborado a partir do uso da linguagem cotidiana, presente em nosso dia-a-dia, ou, ainda, a partir de outras formas de linguagens. Sobretudo ele é resultante da produção dialógica de significados produzidos sobre situações-problema, dando sentido aos conceitos, permitindo sua internalização<sup>7</sup>. Percebemos que este pensamento

<sup>6</sup> No presente estudo, entendidos como instrumentos sociais, de acordo com a perspectiva proposta por Vygotsky (2001). São, portanto, palavras (marcas) com significados que nos permitem o pensamento pela linguagem.

<sup>7</sup> A internalização é entendida neste trabalho, segundo a perspectiva de Vygotsky (1998, 2001), como uma reconstrução interna de uma operação externa. Para o autor, é o processo de significação da linguagem que permite a internalização dos significados transacionados para os conceitos.

evolui pelo diálogo argumentativo, pelo seu uso reiterado em contextos múltiplos e pelos significados produzidos para os conceitos algébricos, nas interações produzidas na ação pedagógica, assim como ocorre com todo ser humano na consolidação das distintas formas de linguagens.

No entanto, as sessões de estudo foram breves para afirmar que os alunos estavam elaborando os verdadeiros conceitos. Há de se considerar que os adultos ainda pensam por complexos e que a passagem para a fase do pensamento conceitual demanda de um certo tempo. Retomar com os alunos o tema do pensamento algébrico, buscar perceber o que o estudo provocou nos adolescentes, pode ser um dos caminhos para compreender o real estágio de formação conceitual atingido.

Mesmo assim, espera-se que, a partir deste enfoque as dificuldades que os educandos encontram no desenvolvimento do pensamento e na apropriação do conhecimento algébrico básico no ensino fundamental — 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries — na introdução ao estudo da álgebra, possam ser minimizadas através do uso de uma linguagem provida de significados, permitindo-se uma transição sem rupturas entre a elaboração do pensamento algébrico e a utilização deste conhecimento na sistematização e apropriação do conteúdo algébrico formal.

## 6. REFERÊNCIAS

- DEMO, P. *Pesquisa e construção de conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas*. 3. ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1996.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*. 4 volumes. São Paulo: Scipione, 1997.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.
- LINS, R. C. “O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico”. *Revista Dynamis*. Blumenau, v. 01, n. 07, p. 29-39, abr./jun. 1994.
- MORIN, E. *A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento*. Trad. Eloá Jacobina. 3. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.
- VYGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.



**V A R I A**  
**S C I E N T I A**